

UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIENCIAS E TECNOLOGIA
COORDENACAO DE PÓS-GRADUACAO EM FISICA
DISSERTACAO DE MESTRADO

Cenários cosmológicos na presença de redes de defeitos

Jessé de Mello Silva

CAMPINA GRANDE

-março/2013-

UNIVERSIDADE FEDERAL DA CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIENCIAS E TECNOLOGIA
COORDENACAO DE POS-GRADUACAO EM FISICA
DISSERTACAO DE MESTRADO

Cenários cosmológicos na presença de redes de defeitos

Jessé de Mello Silva

Dissertação realizada sob a orientação do Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito, apresentada a Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

CAMPINA GRANDE

-março/2013-

Dedico este trabalho a minha mãe, e a minha esposa que me incentivaram a perseguir meu ideal com dedicação e coragem. Minhas referências!

Agradecimento

Ao Prof. Francisco de Assis de Brito pela orientação estimulante, disponibilidade, paciência e atenção, tendo um papel fundamental no desenvolvimento deste trabalho, permitindo realizar um sonho.

Aos professores da Unidade Acadêmica de Física da Universidade Federal de Campina Grande que contribuíram para a minha formação. Aos meus familiares por toda uma vida de apoio, confiança e incentivo.

À CAPES pelo suporte financeiro.

A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.

Resumo

Neste trabalho tratamos de soluções de paredes de domínios em modelos de campos escalares reais acoplados que envolvem a simetria $Z_2 \times Z_3$ em um modelo não supersimétrico. Analisaremos essencialmente defeitos topológicos que surgem naturalmente devido à quebra espontânea de simetria normalmente presente em vários modelos tais como o modelo padrão das interações elementares. Assume-se que estas interações se unificam em uma escala de alta energia.

Exploramos a idéia de uma rede de paredes de domínios aparecerem na superfície de uma estrela de sólton, onde levamos em consideração a possibilidade de se encontrar o modo zero fermiônico na rede de paredes de domínios.

Com base na equação de Friedmann, analisamos graficamente o comportamento da densidade de energia do Universo em função do fator de escala para as redes de paredes de domínios para comparar com a evolução da densidade de energia na era da matéria e radiação.

Palavras Chave: Rede de paredes domínio, sólton, defeitos topológicos.

Abstract

In this paper we deal with solutions of domain walls in models of coupled real scalar fields involving $Z_2 \times Z_3$ symmetry in a non-supersymmetric model. We will look essentially topological defects that arise naturally due to spontaneous symmetry breaking typically present in several models such as the standard model of elementary interactions. It is assumed that these interactions are unified in a range of high energy. We explore the idea of a network of domain walls appear on the surface of a soliton star, where we consider the possibility of finding the fermionic zero mode in the network of domain walls. Based on Friedmann equation, we graphically analyze the behavior of the energy density of the Universe as a function of scale factor for networks of domain walls to compare the evolution of the energy density in the era of matter and radiation.

Keywords: Network domain wall, soliton, topological defects.

Conteúdo

Cap.1. Introdução	8
Cap.2. Formação de defeitos topológicos	10
2.1 Noções de quebra espontânea de simetria	10
Cap.3. Rede de defeitos em estrelas de sólitons	14
3.1. O modelo	14
3.2. Rede neutra em estrelas de sólitons fermiônica	18
3.3. Modo zero fermionico na rede	22
3.4. Redes carregadas em estrelas de sólitons neutras	24
Cap.4. Cosmologia	25
4.1. Cenários cosmológicos	25
4.2. Comando da expansão.....	32
Cap.5. Comentários e Conclusões	35
Referências Bibliográficas	36

Capítulo 1

Introdução

A origem dos defeitos topológicos é explicada de forma natural pela quebra espontânea de simetria descrita em vários modelos e teorias utilizadas na construção do modelo padrão das interações fundamentais (forças eletrofracas e fortes), dentro do modelo padrão. Estas interações se unificam em uma escala de alta energia, Chamada escala de grande unificação (GUT), que é da ordem de 10^{16} GeV. Nesta faixa de energia, devido à alta densidade do universo, podemos dar um tratamento clássico a gravitação e assumir que as correções quânticas são introduzidas através de campos de matéria. Se ocorre a unificação das forças elementares em 10^{16} GeV, podemos considerar que o universo se resfriou de temperaturas mais altas para temperaturas comparáveis á escala de GUT e que, nesta escala, sofreu uma transição de fase, com conseqüente quebra espontânea de simetria, dando origem aos defeitos topológicos, além das partículas intermediadoras das interações fundamentais. À medida que o Universo continua se resfriando, outras transições de fase ocorreram e novas partículas surgiram.

Em principio existem três tipos diferentes de defeitos topológicos que são os monopólos magnéticos, as paredes de domínios e os vórtices do tipo loop ou extenso sendo que os dois últimos podem cruzar o universo. No entanto durante o processo de formação, os monopólos teriam se aniquilado com os anti-monopólos e as paredes de domínio e os loops colapsaram e se dissiparam em forma de radiação gravitacional. Desta forma, apenas os vórtices extensos, ou cordas cósmicas, são estáveis e sobreviveram ate os dias de hoje influenciando na evolução do universo. Apesar de não existirem dados observacionais diretos sobre a existência das cordas cósmicas, existem observações, como por exemplo, o efeito de lentes gravitacionais, cuja interpretação mais natural aparenta em termos de cordas cósmicas.

Apesar de nomes semelhantes, em principio não existia nenhuma conexão entre cordas cósmicas e a teoria de cordas. A escala de energia de ambas as teorias eram bem diferentes sendo da ordem da GUT ou menor para as cordas cósmicas enquanto que para a teoria de cordas era perto da escala de Planck (10^{19} GeV). No entanto, a escala de

energia para a teoria de cordas sofreu uma queda substancial. Em [1] Kibble chama a atenção para o fato de que a teoria de cordas ou teoria M provêem, e até mesmo demandam, a existência de defeitos macroscópicos tais como cordas cósmicas. Além disso, a surpersimetria que forma uma conexão entre teoria de cordas e o modelo padrão das partículas elementares, também exige a existência de defeitos macroscópicos.

Como sabemos que estes objetos influenciaram na evolução do universo, é natural analisarmos os defeitos gravitacionais destes objetos aplicados a relatividade geral. Entretanto, Brans e Dicke [2] propuseram uma teoria alternativa à Relatividade Geral onde a interação gravitacional passa a ser intermediada por um campo escalar além do campo tensorial da teoria de Einstein. A idéia original de Brans-Dicke está fundamentada nos trabalhos de Jordan [3] que inclui um campo escalar na ação usual da relatividade geral e, desta forma, dando origem a teoria escalar - tensorial da gravitação. O trabalho de Jordan foi motivador pelos resultados da teoria de Kaluza-Klein da unificação do campo eletromagnético com a gravitação onde, para que a unificação fosse possível, seria necessária uma dimensão extra que, quando compatificada, daria origem a um campo escalar parceiro do campo tensorial de Einstein. Nos anos 90, a teoria escalar tensorial ganhou força motivada pela teoria de cordas, que também prevê um parceiro escalar intermediando a força gravitacional junto com o campo tensorial usual.

Neste trabalho vamos tratar de soluções tipo defeitos topológicos em modelos de teorias de campos escalares, com simetrias $Z_2 \times Z_2$ e $Z_2 \times Z_3$. Usaremos três campos escalares reais quando tratarmos da simetria $Z_2 \times Z_3$ em um modelo não supersimétrico, com a qual trataremos da possibilidade de uma rede de defeito poder viver dentro de uma parede de domínios. O que ocorre é que a simetria Z_3 é espontaneamente quebrada dentro de uma parede de domínios o que favorece a formação de junções triplas e conseqüentemente de uma rede hexagonal dentro de uma parede planar. Outros tipos de formação de redes ocorrem quando a parede é curva. Especialmente no caso da simetria $Z_2 \times Z_3$, teremos um cenário interessante, explorando a idéia de uma rede de paredes de domínios aparecer na superfície de uma estrela de sóliton. Usando este modelo é possível levarmos para o contexto cosmológico.

Capítulo 2

Formação de defeitos topológicos

Teoria de calibre com quebra espontânea de simetria, como as teorias de grande unificação, tem sido de fundamental importância para a compreensão da formação de defeitos topológicos no Universo primordial. Para tais teorias, as simetrias conhecidas na Física de Partículas Elementares resultam de sucessivas quebras de simetria de um grupo de simetria maior e estes processos dão origem a diferentes tipos de defeitos. Durante a evolução do Universo, aonde a temperatura vai gradativamente diminuindo, tais quebras de simetria se manifestaram através de diversas transições de fases térmicas que deram origem a diferentes tipos de objetos tais como paredes de domínio, cordas cósmicas e monopólos magnéticos, dependendo da classificação da variedade do vácuo da teoria [4,5].

2.1 Noções de quebra espontânea de simetria

Nesta seção, discutiremos as origens dos defeitos topológicos dentro dos modelos de Física de Partículas, comentando os conceitos fundamentais destes estudos como aplicações ao Universo primordial. Como as propriedades dos defeitos topológicos independem dos detalhes do modelo físico, estudaremos modelos de calibre mais simples que possibilitam a compreensão da origem desses defeitos.



Figura (2.1): Uma haste retilínea tende a se curva sobre pressão. A posição aleatória dessa haste é um exemplo de quebra espontânea de simetria.

Para entendermos um modelo de quebra espontânea de simetria iniciaremos analisando dois modelos físicos simples para depois partirmos para modelos mais complexos. Primeiro, considere uma haste fina com seção transversal circular posicionada verticalmente em cima de uma mesa e aplique sobre a haste uma força \vec{F} como ilustra a figura (2.1). Se \vec{F} é pequena, nada acontece com a vareta, mas se \vec{F} ultrapassa um valor crítico \vec{F}_{cr} , a vareta se curva em um plano completamente aleatório. Neste caso, a situação que era estável (a haste na vertical) tornou-se instável quando $\vec{F} > \vec{F}_{cr}$. A haste, quando se curva, seleciona apenas um destes estados, mais todos os outros podem ser obtidos por uma simples rotação. Resumindo, um parâmetro qualquer (neste caso a força) assume um valor crítico. Acima desse valor a simetria é quebrada espontaneamente e o estado fundamental torna-se degenerado.

Em materiais ferromagnéticos a situação é análoga. Os átomos desses materiais se relacionam por uma interação do tipo spin-spin. O estado fundamental neste caso é aquele em que todos os spins estão alinhados. No entanto, a partir de uma determinada temperatura crítica, os spins dos átomos passam a ter orientação aleatória, ou seja, a simetria foi espontaneamente quebrada.

Estes dois exemplos mostram os princípios básicos da quebra espontânea de simetria. Em ambos os casos, o sistema possui uma simetria, que é quebrada quando um parâmetro específico (força ou temperatura) assume um valor maior ou menor que um valor crítico. Situações similares podem ser encontradas em teorias de calibre, onde a simetria de uma Lagrangeana é quebrada devido a um estado fundamental degenerado, ou seja, não-invariante por transformação da simetria original.

Para uma análise mais detalhada, vamos verificar agora o caso em que a simetria em questão é a simetria de calibre mis simples. Se quisermos construir um Lagrangeano que seja invariante por uma transformação de simetria $U_{(1)}$ local do tipo

$$\phi \rightarrow e^{i\Lambda(x)}\phi, \quad (2.1.1)$$

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{i}{q} \partial_\mu \Lambda(x), \quad (2.1.2)$$

Este será escrito como

$$L = (\partial_\mu + iqA_\mu)\phi(\partial^\mu - iqA^\mu)\phi^* - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - V(\phi^*, \phi), \quad (2.1.3)$$

Onde $F_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ é o tensor de campo eletromagnético e está em termos do campo vetorial da teoria de calibre e q é o acoplamento entre os campos. Esta Lagrangeana caracteriza o modelo abeliano de Higgs, onde o campo escalar ϕ se acopla minimamente com o campo de calibre A_μ . O potencial $V(\phi^*, \phi)$ é dado por

$$V(\phi^*, \phi) = \frac{\lambda}{4} (|\phi|^2 - \eta^2)^2, \quad (2.1.4)$$

onde λ e η são duas constantes arbitrárias positivas. O potencial (2.1.4), por motivos que veremos mais adiante é também chamado de potencial de Higgs. Ao calcularmos o estado de vácuo, analisando as condições de mínimo do potencial, verificamos que existem infinitos estados degenerados de vácuo caracterizados por um valor não-nulo de ϕ dado por

$$\frac{\partial V(|\phi|)}{\partial \phi} = \frac{\lambda}{2} \phi^* \phi \phi^* - \frac{\lambda}{2} \phi^* \eta^2 = 0 \quad \Rightarrow |\phi|^2 = \eta^2, \quad (2.1.5)$$

Assim

$$\langle 0|\phi|0\rangle = \eta \Rightarrow \phi = \eta e^{i\theta}. \quad (2.1.6)$$

Os estados de vácuo diferem uns dos outros por uma fase $\theta(0 \leq \theta \leq 2\pi)$ e cada um destes estados estão situados em um círculo de raio η . No entanto, as transformações

(2.1.1) - (2.1.2) mudam o valor da fase dos estados de vácuo de θ para $\theta + \alpha$ o que significa os estados de vácuo não são invariantes por estas transformações.

Podemos reescrever ϕ em termos de dois campos reais em coordenadas cartesianas como

$$\phi(x) = \eta + \frac{\phi_1(x) + i\phi_2(x)}{\sqrt{2}} \quad (2.17)$$

No entanto, podemos escolher uma transformação Λ tal que $\phi_2 = 0$ com o objetivo de evitar termos acoplados no Lagrangeano. Assim, a expressão (2.1.3) torna-se

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + q^2\eta^2 A_\mu A^\mu + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 - 2\lambda\eta^2 \phi_1^2 + \text{termos acoplados}, \quad (2.1.8)$$

onde os termos $q^2\eta^2$ e $2\lambda\eta^2$ representam respectivamente as massas dos campos A_μ e ϕ_1 . Desta forma, devido á quebra espontânea de simetria do grupo $U(1)$ local, o campo de calibre A_μ (fóton) tornou-se massivo após absorver um grau de liberdade do campo complexo original ϕ . Este processo é chamado de mecanismo de Higgs e, por isso, o potencial (2.14) é também chamado de potencial de Higgs.

Capítulo 3

Rede de defeitos em estrelas de sólitons

Vamos explorar a idéia de uma rede de paredes de domínios aparecer na superfície de uma estrela de sólton. Em modelos de estrelas de sólitons é possível obter objetos com massa muito grande sem que aconteça o colapso gravitacional. Este assunto foi explorado pela primeira vez em [7, 8, 9]. Onde estas estrelas são sólitons não topológicos, os quais se tornam estáveis na presença de uma carga não-topológica (carga de Noether), seja de natureza bosônica ou fermiônica. Aqui investigamos como a estabilidade de uma estrela de sólton pode ser afetada pelo alojamento de uma rede de defeitos na sua superfície, através da presença do modo zero normalizável na rede. A idéia é similar ao caso de defeito dentro de defeito. Para investigarmos o alojamento de uma rede de paredes de domínios em uma estrela de sólton, consideramos uma parede esférica bidimensional [10, 11, 12], aprisionando segmentos de paredes, formando uma rede. Examinamos a idéia começando com um modelo apropriado descrito por três campos escalares reais de acordo com a referencia [13].

3.1 O modelo

A simetria tem tido um papel fundamental na compreensão da Física de Partículas. No caso do Modelo Padrão, as partículas elementares que interagem via forças nucleares forte e fraca são descritas pelos grupos $SU(2) \times SU(3)$. Temos, portanto, uma motivação para considerar um modelo que possui a simetria $Z_2 \times Z_3$, que é um subgrupo discreto (centro do grupo) de $SU(2) \times SU(3)$. Por esta razão introduzimos o modelo [13]:

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi - V(\sigma, \varphi, \chi) + i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi + m \bar{\psi} \psi - f \sigma \bar{\psi} \psi + \lambda (\varphi + \chi) \bar{\psi} \psi \quad (3.1.1)$$

O modelo contém três campos escalares reais acoplados via o potencial $V(\sigma, \varphi, \chi)$. O campo spinorial esta acoplado com os campos escalares via acoplamento de Yukawa

$f\sigma\bar{\psi}\psi$ e $\lambda(\phi + \chi)\bar{\psi}\psi$ [14]. O potencial foi escolhido para fornecer o padrão esférico da estrela de sóliton com uma rede de paredes de domínios na sua superfície, dado por:

$$V(\sigma, \varphi, \chi) = \frac{1}{2}\mu^2\sigma^2(\sigma - \sigma_0)^2 + \lambda^2(\varphi^2 + \chi^2)^2 - \lambda^2\varphi(\varphi^2 - 3\chi^2) + \left[\lambda\mu\left(\sigma - \frac{1}{2}\sigma_0\right)^2 - \frac{9}{4}\lambda^2 \right](\varphi^2 + \chi^2) \quad (3.1.2)$$

Vamos considerar que a simetria Z_2 é ligeiramente quebrada, sob a troca do campo

escalar $\sigma \rightarrow \sigma - \frac{1}{2}\sigma_0$, produz uma parede de domínios externa levando-a a encurvar-se em direção ao falso vácuo estabilizando-se na forma esférica, cujo efeito é a formação da estrela de sóliton, onde o verdadeiro vácuo fica em toda região externa da estrela, e o falso vácuo na região interna. Os outros dois campos (ϕ, χ) com a simetria Z_3 , darão lugar a uma rede de paredes de domínios devido à quebra da simetria Z_3 , dentro da parede curva [15, 16]. Então $\sigma = 0$ e $\sigma = \sigma_0$, são os verdadeiros e falso vácuos correspondendo ao padrão da estrela de sóliton. O ponto chave é que devemos ver que

na superfície da estrela de sóliton, $\sigma \simeq \frac{1}{2}\sigma_0$. Os campos (ϕ, χ) , presentes no potencial (3.1.2) desenvolvem vácuos com três fases distintas, contribuindo para formar junções de paredes de domínios e então uma rede. Usando as equações de movimento, veremos que no falso ($\sigma = \sigma_0$) e verdadeiro ($\sigma = 0$) vácuos, os campos (ϕ, χ) são diferentes de zero. Fazendo os campos escalares $\phi, \chi = 0$ e o campo fermionico $\psi = 0$, a teoria (3.1.1) - (3.1.2) será escrita da forma:

$$L = \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - \frac{1}{2}\mu^2\sigma^2(\sigma - \sigma_0)^2 \quad (3.1.3)$$

Temos que o potencial escalar $V(\sigma)$, permite que o campo σ forme uma solução solitônica que descreverá a estrela de sóliton, Figura 4.1.

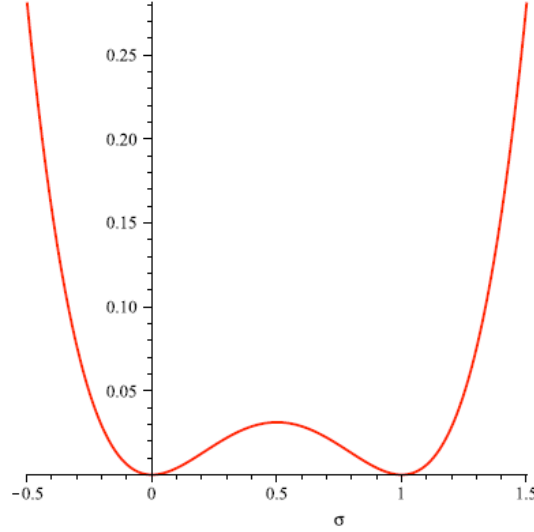


Figura 3.1: O potencial $V(\sigma)$ representando uma estrela de s3liton de falso v3cuo $\sigma = \sigma_0 = 1$.

A equa33o de movimento para configura33o est3tica de campo $\sigma = \sigma(r)$, onde a solu33o pode ser encontrada usando a seguinte equa33o diferencial de primeira ordem, 3 dada por:

$$\frac{d\sigma}{dr} = \mu\sigma(\sigma - \sigma_0) = W_\sigma, \quad (3.1.4)$$

onde $W = \left(\frac{\sigma^3}{3} - \frac{\sigma^2\sigma_0}{2} \right)$, 3 o superpotencial cujo potencial 3 escrito em termo do

quadrado da derivada do superpotencial, como $V(\sigma, 0, 0) = \frac{1}{2}W_\sigma^2$, onde $W_\sigma = \frac{\partial W}{\partial \sigma}$ [47].

A equa33o (3.1.4), pode ser integrada dando como solu33o:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{2} \left[1 - \tanh \frac{\mu\sigma_0(R - R_0)}{2} \right] \quad (3.1.5)$$

Na superf3cie ($R \simeq R_0$) da estrela, o campo σ assume o valor $\frac{1}{2}\sigma_0$ que representa aproximadamente uma parede esf3rica com uma tens3o superf3cia dada por [17]:

$$t_h \simeq |W(\sigma_0) - W(0)| = \frac{1}{6}\mu\sigma_0^3 \quad (3.1.6)$$

No regime $\sigma \simeq \frac{1}{2}\sigma_0$, os campos escalares (ϕ, χ) com a simetria Z_3 , é um exemplo típico no qual os três vácuos estão defasados de 120° , que reproduzem o efeito de junções triplas de paredes, permitindo a formação de uma rede [18], veja Figura (4.2).



Figura 3.2: Representação de uma rede de paredes de domínios, dentro de uma parede curva, formando junções.

No limite de parede fina, ou seja, quando a largura da parede é desprezível comparada com as dimensões dela, cada segmento da rede pode ser representado por uma parede de domínios (kink) da forma:

$$\phi(z) = -\frac{3}{4}, \quad (3.1.7)$$

$$\chi(z) = \frac{3}{4}\sqrt{3} \tanh \sqrt{\frac{27}{8}}\lambda(z - z_0). \quad (3.1.8)$$

Como o modelo possui uma simetria Z_3 , isto quer dizer que podemos escrever as soluções das junções como sendo rotações de 0° , 120° e 240° no plano (ϕ, χ) das soluções (3.1.7) e (3.1.8), as quais são dadas em geral pela transformação $\phi'_a = \Lambda(\alpha_i)_{ab}\phi_b$:

para $\alpha_{23} = 0^\circ$

$$\phi_{2,3}(z) = -\frac{3}{4}, \quad (3.1.9)$$

$$\chi_{2,3}(z) = \frac{3}{4}\sqrt{3} \tanh\left(\sqrt{\frac{27}{8}}\lambda(z-z_0)\right). \quad (3.1.10)$$

para $\alpha_{12} = 120^\circ$

$$\phi_{1,2}(z) = \frac{3}{8} \pm \frac{9}{8} \tanh\left(\sqrt{\frac{27}{8}}\lambda(z-z_0)\right) \quad (3.1.11)$$

$$\chi_{1,2}(z) = \frac{3}{8}\sqrt{3} \mp \frac{3}{8}\sqrt{3} \tanh\left(\sqrt{\frac{27}{8}}\lambda(z-z_0)\right) \quad (3.1.12)$$

e finalmente para $\alpha_{13} = 240^\circ$

$$\phi_{1,3}(z) = \frac{3}{8} \mp \frac{9}{8} \tanh\left(\sqrt{\frac{27}{8}}\lambda(z-z_0)\right) \quad (3.1.13)$$

$$\chi_{1,3}(z) = \frac{3}{8}\sqrt{3} \mp \frac{3}{8}\sqrt{3} \tanh\left(\sqrt{\frac{27}{8}}\lambda(z-z_0)\right) \quad (3.1.14)$$

Como os segmentos foram obtidos fazendo uma rotação de 120° e 240° no plano (ϕ, χ) , a junção tripla agora pode ladrilhar a esfera com 12 pentágonos e 20 hexágonos, uma esfera ladrilhada dessa forma, gera uma estrutura esférica que lembra o fulereno, o bukyball composto por 60 átomos de carbono.

3.2 Rede neutra em estrelas de sólitons fermiônica

A parede esférica descrita pelo campo σ , são estruturas não topológicas as quais se tornam estáveis na presença de uma corrente de Noether conservada, seja de origem bosônica ou fermiônica. Aqui vamos discutir a possibilidade de termos estrelas de sólitons carregadas com férmions. Neste caso a massa do campo fermiônico vai efetivamente para zero, no falso vácuo, é este vácuo quem vai capturar os férmions deixando a rede neutra se admitirmos a condição:

$$m - f\sigma_0 = 0 \quad (3.2.1)$$

Isto vem dos termos de massa e interação entre os campos escalares e fermiônicos, por meio de uma interação tipo Yukawa na densidade lagrangiana original (3.1.1). A estrela de sóliton uma vez formada sofre a ação da componente normal da tensão superficial, que faz a estrela expandir, como também a pressão do falso vácuo que faz a estrela colapsar em direção ao falso vácuo. Neste sentido a pressão do gás de Fermi deve cancelar a tensão superficial e a pressão do falso vácuo, tornando-a estável [8, 9, 19, 20]. Vamos considerar agora o efeito dos outros dois campos ϕ e χ . Independentemente do tipo de rede presente na superfície da estrela de sóliton a energia total será dada por $E = E_k + E_s + E_n$, onde vamos admitir que a priori os férmions estão no interior de uma esfera de falso vácuo de raio R , em $(3+1)$ dimensões, a qual representa a estrela de sóliton. Temos que a energia cinética dos férmions confinados na estrela é dada por:

$$E_k = \frac{Q}{R}, \text{ com } Q = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} \right)^{\frac{5}{2}} \pi^{\frac{1}{3}} N^{\frac{4}{3}} \quad (3.2.2)$$

onde N é o número de férmions e Q é uma carga de Noether (carga conservada). Tal que a energia na superfície da estrela de sóliton será definida por:

$$E_s = \alpha R^2, \text{ onde } \alpha = 4\pi t_h, \quad (3.2.3)$$

onde t_h é a tensão na superfície da estrela de sóliton. Por fim a energia da rede será:

$$E_n = \beta R, \text{ sendo } \beta = n\xi t_n, \quad (3.2.4)$$

onde n é um número, ξR o comprimento e $t_n = \left(\frac{27}{8} \right) \sqrt{\frac{3}{2\lambda}}$ é a tensão de cada segmento da rede e ξ é uma constante real. A energia total será, portanto, dada por:

$$E = \alpha R^2 + \frac{Q}{R} + \beta R \quad (3.2.5)$$

O processo de colapso da estrela, portanto, esta sujeito a minimização da sua energia

total (3.2.5) usando $\frac{\partial E}{\partial R} = 0$, o qual permite obter o raio crítico:

$$R_0 = \frac{1}{6\alpha} \left[A^{\frac{1}{3}} + \frac{\beta^2}{A^{\frac{1}{3}}} - \beta \right], \quad (3.2.6)$$

onde

$$A = 54Q\alpha^2 - \beta^3 + 6\sqrt{3}\sqrt{Q(27Q\alpha^2 - \beta^3)}\alpha \quad (3.2.7)$$

Notamos que neste cenário a carga Q deve ter um valor mínimo, para que um raio crítico exista. De fato,

$$Q \geq \left(\frac{\beta}{3}\right)^3 \frac{1}{\alpha^2}, \quad (3.2.8)$$

o qual não desaparece para $\beta \neq 0$. É importante ressaltar que no caso de estrela de sóliton padrão, temos $\beta = 0$. No limite de N grande a energia total da configuração será dada por:

$$E \sim \alpha R_0^2 = \alpha \left(\frac{Q}{2\alpha}\right)^{\frac{2}{3}} \sim N^{\frac{8}{9}}. \quad (3.2.9)$$

Notamos que o expoente de N é menor que um. Isto significa que para um valor de N muito grande, a energia do sóliton é sempre menor que a energia das partículas livres, $E \sim N$ [8, 9]. Assim, a estabilidade da estrela de sóliton é assegurada, conforme mostra a figura 4.3. Este é o mesmo limite obtido em [7, 8]. Então concluímos que no limite de N grande a contribuição energética da rede neutra é desprezível (sem localização de férmions na mesma).

Vamos agora considerar a contribuição da rede no aparecimento de uma massa limite M_c . Neste cenário podemos estimar tal limite simplesmente comparando a equação do raio (3.2.6) com o raio de Schwarzschild $R_s = 2GM$. Notamos que o mínimo da energia (3.2.5) para um raio crítico (3.2.6) é a massa do sóliton dada por $M_c = 3\alpha R_0^2 + 2\beta R_0$, onde de acordo com a equação de Einstein $E = mc^2$, a massa pode ser considerada como uma forma de energia. Reescrevemos a carga em termos de R_0 , ou seja $Q = (2R_0\alpha + \beta)R_0^2$. Agora, considerando $R_0 \sim R_s$ obtemos:

$$M_c \sim \frac{1}{12\alpha} \left(\frac{1 + 4\beta G}{G^2} \right), \quad (3.2.10)$$

$$\sim (48\pi t_h G^2)^{-1} + \left[12\pi \left(\frac{t_h}{t_n} \right) G \right]^{-1} (n\xi) \quad (3.2.11)$$

Onde n e ξ são referentes ao tipo de rede que estamos considerando. O número n contribui para o número de segmentos da rede na superfície da estrela de sóliton. Notamos que, para $n = 0$ (sem rede), M_c se reduz ao primeiro termo, o qual é o mesmo termo encontrado em [7]. Fazendo agora $n \neq 0$, o último termo é positivo e concluímos que a rede aumenta o valor padrão de M_c , deixando a estrela de sóliton mais pesada.

Para uma escala de energia típica na ordem de GeV, quer dizer $\sigma_0 = 30\text{GeV}$ e

$\lambda = \mu = 1$, encontramos os valores para as tensões $t_h = \left(\frac{1}{6} \right) (30\text{GeV})^3$ e

$t_n = 6\sqrt{\frac{3}{2}} \left(\frac{3}{4} \right)^2 (\text{GeV})^2$. Usando o fato de que $\sqrt{G} = l_p \simeq 10^{-33}\text{cm}$ (o comprimento de Planck) e $M_\odot \sim 10^{33}\text{g}$ (massa do Sol) encontramos:

$$M_c \sim (30\text{GeV})^{-3} l_p^{-4} + (30\text{GeV})^{-1} l_p^{-2} (n\xi) \quad (3.2.12)$$

$$\sim (10^{15} + 10^{-23}) M_\odot$$

Com este resultado concluímos que usando este modelo de rede de paredes de domínios na superfície da estrela não aumenta significativamente a massa da estrela de sóliton.

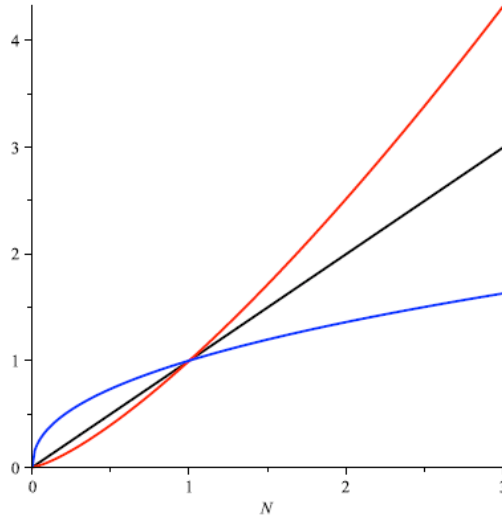


Figura 3.3: Regime de estabilidade da estrela de s3l3iton (azul). Regime de part3cula livre (preto) e regime de instabilidade da estrela de s3l3iton (vermelho).

3.3 Modo zero fermi3nico na rede

Discutiremos agora como se comporta o campo spinorial na rede, ou seja devemos achar a solu33o do modo zero fermi3nico, exato e normaliz3vel da equa33o de Dirac na presen3a de defeitos. Ajustaremos os par3metros em nosso modelo, de tal forma que os f3rmions tentem migrar do falso v3cuo para a rede. Isto 3 perfeitamente poss3vel quando a massa efetiva dos f3rmions dentro da rede, que por sua vez esta na superf3cie da estrela de s3l3iton vai para zero. Para isto, admitimos a condi33o dada por:

$$m - f\sigma_s - \lambda v_s = 0 \tag{3.3.1}$$

Note que isto vem dos termos de massa e de intera33o entre os campos escalares e fermi3nicos, por meio de uma intera33o tipo Yukawa na lagrangeana original (3.1.1).

Aqui $\sigma_s \simeq \frac{1}{2} \sigma_0$ 3 o valor do campo na superf3cie da estrela de s3l3iton e $v_s = \frac{3}{4}$ vem da soma dos valores de campo (ϕ, χ) dentro da rede. A massa efetiva dos f3rmions fica dada em termos das solu33es (3.1.7) e (3.1.8), confinadas na superf3cie da estrela de s3l3iton, podendo ser escrita como:

$$M_F(z) = m - \frac{1}{2} f \sigma_0 - \left(\frac{3}{4}\right) \lambda \left[1 - \sqrt{3} \tanh \sqrt{\frac{27}{8}} \lambda (z - z_0) \right] \quad (3.3.2)$$

Na equação acima vemos que $M_F(z_0)$ recupera o lado esquerdo da equação (3.3.1), permitindo concluir que a massa efetiva dos férmions preferem viver dentro da rede ($z \simeq z_0$), em vez do falso vácuo $\sigma = \sigma_0$. O modo zero dentro da rede é descrito por:

$$\psi(t, x, z) = e^{ix^v p^v} \exp\left(\pm \int_0^z M_F(x') dx'\right) \mathcal{E}_\pm, \quad (3.3.3)$$

$$= e^{ix^v p^v} e^{\pm(m - f\sigma_s - \lambda v_s)z} \left[\cosh \sqrt{\frac{27}{8}} \lambda (z - z_0) \right]^{\pm \frac{1}{\sqrt{2}}} \mathcal{E}_\pm, \quad (3.3.4)$$

onde usamos $\gamma^v p_v \psi = 0$ $\gamma^z \mathcal{E} = \pm i \mathcal{E}_\mp$ para resolver a equação de Dirac para o

modo zero ($v = 0, 1$). Além disso, z é a coordenada transversal a cada parede de domínios na superfície da estrela de sóliton e \mathcal{E}_\mp é um 2-spinor constante. Da equação

(3.3.4) vemos que o segundo fator exponencial não contribui para o modo zero. Finalmente descobrimos que o único modo zero normalizável é dado por:

$$\psi(t, x, z) = e^{ix^v p^v} \left[\cosh \sqrt{\frac{27}{8}} \lambda (z - z_0) \right]^{-\frac{1}{\sqrt{2}}} \quad (3.3.5)$$

considerando apenas o expoente com sinal negativo. Isso mostra que há modo zero fermiônico quiral dentro de cada segmento da *rede de paredes de domínios*.

3.4 Redes carregadas em estrelas de sólitons neutras

Agora vamos supor que todos os férmions sintam uma forte força atrativa de forma que eles são forçados a migrar do falso vácuo para a rede na superfície da estrela de sólito. Neste caso, devemos substituir o gás de Fermi tridimensional por um gás de Fermi aproximadamente unidimensional, o qual se expande ao longo da rede, conservando o número de férmions N . Assim a investigação será similar à da seção (3.2), substituindo a equação (3.2.5) por:

$$E = \alpha R^2 + \frac{\gamma}{R} + \beta R \quad (3.4.1)$$

onde fizemos à troca $Q \rightarrow \gamma$, tal que γ representa a carga atuando ao longo da rede, cujo valor é dado por $\gamma = \frac{\pi N^2}{4\xi}$, então a expressão para o gás de Fermi unidimensional

[21] é definido por:

$$E = \frac{\pi N^2}{4L} \quad (3.4.2)$$

Sendo que $L = d = \xi R$ é o comprimento dos segmentos da rede. No limite de N grande podemos usar a equação (3.4.1) para obtermos:

$$E \sim \alpha R_0^2 = \alpha \left(\frac{\gamma}{2\alpha} \right)^{\frac{2}{3}} \sim N^{\frac{4}{3}} \quad (3.4.5)$$

Notamos que o expoente de N agora é maior que um. Isto significa que, para um valor de N muito grande, a energia do sólito é sempre maior que a energia das partículas livres. Assim, a estabilidade da estrela de sólito não é mais assegurada. A estrela deverá decair em partículas depois de um certo tempo.

Capítulo 4

Cosmologia

Os modelos padrão da cosmologia moderna são descritos por modelos de Friedmann modificados pela inclusão de uma constante cosmológica [22]. Conseqüentemente, há sempre interesse em todos os aspectos destes modelos. Os modelos cosmológicos de Friedmann são soluções das equações de Einstein da Teoria da Relatividade Geral. Estas soluções foram extremamente simplificadas, do ponto de vista da complexidade matemática, pela adoção do Princípio Cosmológico. O Princípio Cosmológico afirma, basicamente, que toda a matéria do Universo está distribuída de forma uniforme em todas as direções. Para a construção dos modelos cosmológicos desprezamos o fato de que a matéria se concentra em estrelas, as estrelas se estruturam em galáxias, e assim por diante, em estruturas cada vez maiores. “Alisamos” tudo, inventamos o “fluido cósmico”, que se distribui de forma homogênea e isotrópica no universo. A densidade de matéria e energia deste fluido hipotético coincide com a densidade real das estrelas, galáxias e aglomerados. Assim como o espaço-tempo é curvo no exterior de uma concentração de massa, uma distribuição contínua de matéria também pode ser descrita por um espaço-tempo curvo, o qual se estende e é gerado pelo fluido cósmico. O modelo padrão da cosmologia adota esta perspectiva simplificadora ao utilizar a Teoria da Relatividade Geral em sua construção. As soluções de Friedmann descrevem, portanto, espaços-tempos curvos. Os modelos de Friedmann são modelos em expansão [22]. A equação de Friedmann é escrita em termos do chamado “fator de escala”, o qual descreve as mudanças de distâncias em cosmologia. Por exemplo, se o fator de escala dobra a distancia entre duas galáxias quaisquer também dobra. Num universo em expansão o fator de escala esta sempre aumentando. As soluções clássicas da equação de Friedmann representam maneiras diferentes de expansão, como veremos a seguir. Os modelos de Friedmann são completamente descritos pela taxa de variação relativa do fator de escala denotada comumente por $R(t)$ ou $a(t)$ — o chamado parâmetro de Hubble —, $H_0 = \dot{R}/R(t=t_0)$, em que t_0 é a idade de um determinado modelo, e pelo parâmetro de densidade $\Omega_0 = \rho_0 / \rho_{c0}$, onde ρ_0 é a densidade de massa

do modelo e $\rho_{c0} = 3H_0^2 / 8\pi G$ é a densidade do modelo plano, também chamada de densidade crítica, ambas para $t = t_0$.

A equação de Friedmann clássica, i.e., sem a constante cosmológica, é escrita como [23, 24].

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{H_0^2 \Omega_0}{R} = -H_0^2 (\Omega_0 - 1) \quad (4.1.1)$$

onde $R(t_0) = 1$, por convenção, para qualquer valor de Ω_0 . A solução para o modelo plano é facilmente obtida inserindo-se $\Omega_0 = 1$ na Eq. (1)

$$R_{pl}(t) = \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3} \quad (4.1.2)$$

em que $t_0 = \frac{2}{(3H_0)}$ é a idade do modelo plano. No modelo fechado ($\Omega_0 > 1$), a solução é expressada na forma paramétrica [23]

$$R_{fe} = \frac{1}{2} \frac{\Omega_0}{\Omega_0 - 1} [1 - \cosh(x)] \quad (4.1.3)$$

$$t(x) = \frac{1}{2H_0} \frac{\Omega_0}{(\Omega_0 - 1)^{3/2}} [x - \sinh(x)] \quad (4.1.4)$$

onde o parâmetro é $x \geq 0$. Da mesma forma, a solução para o modelo aberto ($\Omega_0 < 1$) é dada por

$$R_{ab}(x) = \frac{1}{2} \frac{\Omega_0}{1 - \Omega_0} [\cosh(x) - 1] \quad (4.1.5)$$

$$t(x) = \frac{1}{2H_0} \frac{\Omega_0}{(1 - \Omega_0)^{3/2}} [\sinh(x) - x] \quad (4.1.6)$$

Estas soluções para os modelos aberto ($\Omega_0 = 0,5$), plano ou crítico ($\Omega_0 = 1$) e fechado ($\Omega_0 = 2$) estão traçadas na Fig. 4.1. É importante salientar que a discussão subsequente não depende dos valores de Ω_0 escolhidos aqui para os modelos fechado e aberto. A maior parte dos livros ou artigos qualitativos sobre cosmologia moderna apresentam diagramas semelhantes a este, quando descrevem os modelos de Friedmann. Com raras exceções, eles diferem da Fig. 4.1 em dois pontos principais. Primeiro não ha eixos quantitativos, sendo estes genericamente rotulados como “fator de escala” e “tempo”. Segundo, as características interessantes que aparecem nos fatores de escala pequenos, os quais correspondem a $R(t) < 2$ na Fig. 4.1, não são comentadas e muito menos representadas graficamente. Tais diferenças levam a uma compreensão errada para as idades dos modelos, i.e., os tempos correspondentes a $R = 1$.

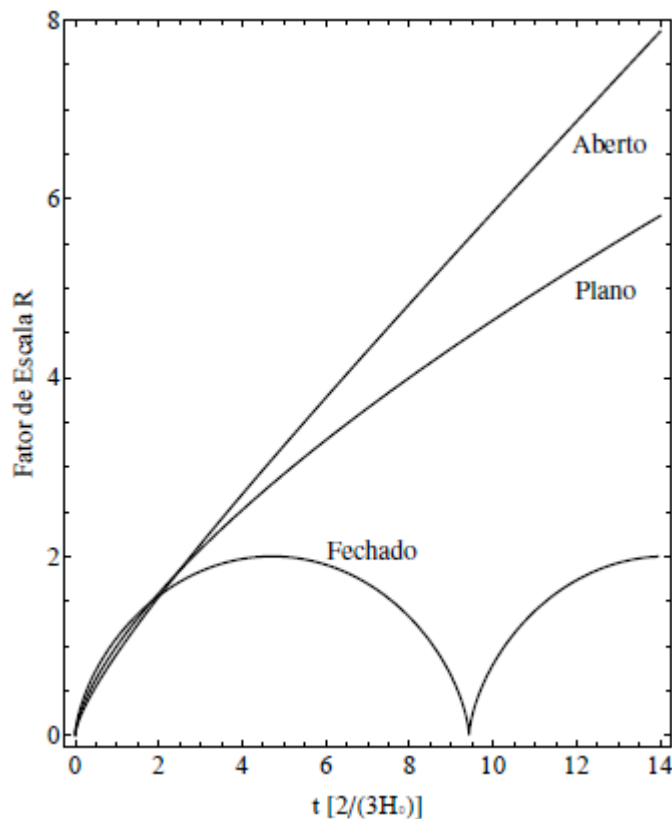


Figura 4.1. Modelos de Friedmann aberto ($\Omega_0 = 0,5$), plano ou crítico ($\Omega_0 = 1$) e fechado ($\Omega_0 = 2$).

De acordo com as equações de Einstein podemos obter as seguintes equações resultantes

$$3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + 3\frac{k}{a^2} = 8\pi G\rho \quad (4.1.7)$$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = -8\pi Gp. \quad (4.1.8)$$

Além destas equações, temos a lei de conservação, dada pelo fato de que a derivada covariante do tensor momento-energia é nula:

$$T_{\mu}^{\mu\nu} = 0 \quad (4.1.9)$$

que também pode ser escrita da seguinte maneira

$$\rho + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \quad (4.1.10)$$

As equações (4.1.7), (4.1.8), e (4.1.10) formam o conjunto das equações que descrevem a evolução de um universo homogêneo e isotrópico. É importante lembrar que essas três equações não são independentes: elas são ligadas pelas identidades de Bianchi. Portanto, só existem duas equações independentes. Mas nesse caso, temos três funções incógnitas $a(t)$, $\rho(t)$ e $p(t)$ e somente duas equações. Isso é natural: as soluções destas equações não são as mesmas dependendo do tipo de matéria que preenche o Universo. O tipo de fluido que preenche o Universo é caracterizado pela equação de estado, que se traduz no fato que a pressão depende da densidade, $p = p(\rho)$.

A pressão em geral é proporcional à densidade. Assim, podemos supor que

$$p = \omega\rho \quad (4.1.11)$$

onde ω é um parâmetro, que pode depender ou não da densidade. Quatro casos são considerados como os mais importantes em cosmologia:

- $\omega = 0$, representa a matéria sem interação "poeira";
- $\omega = \frac{1}{3}$, representa um gás de fóton, "radiação";
- $\omega = 1$, representa a matéria num estado altamente condensado, matéria "rígida";
- $\omega = -1$, representa o estado de vácuo.

Na realidade, devido às razões que serão discutidas mais tarde, outras equações de estado poderão ser consideradas supondo particularmente que $\omega < 0$ como acontece no caso de defeitos topológicos. Exemplos: paredes de domínios $\omega = -2/3$ e cordas cósmicas $\omega = -1/3$. Ou ainda no limite em que as paredes de domínios unidimensionais se aproximam de uma configuração de cordas cósmicas também poderemos admitir aproximadamente $\omega = -1/3$.

O último ponto, $\omega = -1$, é muito importante porque é uma consequência da presença da chamada constante cosmológica. A constante cosmológica é um termo matemático que aparece na equação de Einstein, a partir da qual surgem todos os modelos cosmológicos:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}. \quad (4.1.12)$$

Matematicamente, a parte esquerda da equação, que representa a geometria do espaço-tempo, é a forma mais geral de um tensor covariante, cuja derivada covariante é identicamente nula. De fato, quando a conexão está associada à métrica, temos

$$\nabla^\mu g_{\mu\nu} = 0 \quad (4.1.13)$$

Deduzimos que o tensor momento-energia, que descreve a distribuição de matéria e energia no espaço-tempo, é covariantemente conservado.

O termo que contém a constante cosmológica pode aparecer à direita da equação,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}. \quad (4.1.14)$$

Porém, no lado direito, o termo toma um significado diferente, pois está ao "lado do tensor momento-energia". Procuramos então, uma forma de energia que o tensor momento-energia da matéria e/ou da radiação ordinárias não conteria, mas que seria descrita pelo termo da constante cosmológica:

$$T_{\mu\nu}^{(\Lambda)} = \frac{\Lambda}{8\pi G} g_{\mu\nu} \quad (4.1.15)$$

Esta é a expressão de um fluido perfeito cuja densidade de energia é

$$\rho_{\Lambda} = \frac{\Lambda}{8\pi G} \quad (4.1.16)$$

E cuja pressão é

$$p_{\Lambda} = -\frac{\Lambda}{8\pi G} = -\rho_{\Lambda}. \quad (4.1.17)$$

A constante cosmológica contribui assim à chamada energia do vácuo. Usando (4.1.11) podemos facilmente integrar a equação de conservação (4.1.10), ou seja

$$\dot{\rho} + 3(1+\omega)\frac{\dot{a}}{a}\rho = 0. \quad \Rightarrow \quad \rho = \rho_0 a^{-3(1+\omega)} \quad (4.1.18)$$

sendo ρ_0 uma constante de integração. Assim, a equação (4.1.7) torna-se,

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \frac{\rho_0}{a^{3(1+\omega)}}. \quad (4.1.19)$$

4.1 Cenários cosmológicos

Nesta seção, fazendo uso da equação da conservação da energia para cada componente, analisaremos o comportamento das partículas na evolução dos cenários cosmológicos levando em consideração as densidades dessas partículas:

$$d\rho_i + 3(\rho_i + p_i)\frac{da}{a} = 0 \quad (5.1.1)$$

Para partículas de bariônicas (hoje), matéria escura, temos que $p = 0$

$$\Rightarrow \rho_M \propto a^{-3} \quad (5.1.2)$$

Para radiação, ou seja, $p = \frac{\rho}{3}$

$$\Rightarrow \rho_\gamma \propto a^{-4} \quad \text{e} \quad \text{como} \quad \rho_\gamma = \sigma T^4 \Rightarrow T_\gamma \propto a^{-1} \quad (5.1.3)$$

Para o “vácuo”, ou seja, $p = -\rho$

$$\Rightarrow \rho_V = \text{const.} \quad (5.1.4)$$

Levando em consideração a equação de Friedmann e a equação da conservação da energia podemos os seguintes cenários:

- $K = 0$
 - Radiação $\Rightarrow a \propto t^{1/2}$
 - Matéria $\Rightarrow a \propto t^{2/3}$ (Einstein-de Sitter)
 - “Vácuo” $\Rightarrow a \propto e^{Ht}$ (De Sitter)

- $K \neq 0$
 - “vazio” $\Rightarrow a \propto t^{2/3}$

4.2 Comando da expansão

No comando da expansão vemos o comportamento dos ingredientes, conhecidos como radiação, matéria escura, vácuo e elementos desconhecidos, que representaremos aqui como x .

Logo, como sabemos:

$$\rho_{\text{radiação}} \propto a^{-4}, \quad \rho_{\text{matéria}} \propto a^{-3}, \quad \rho_x \propto a^{-3(1+\omega_x)}$$

Por meio da equação de Friedmann $\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum \rho_i - \frac{K}{a^2}$ podemos analisar como as componentes citadas acima se comportam e ter uma idéia de quem domina ao longo da expansão do Universo.

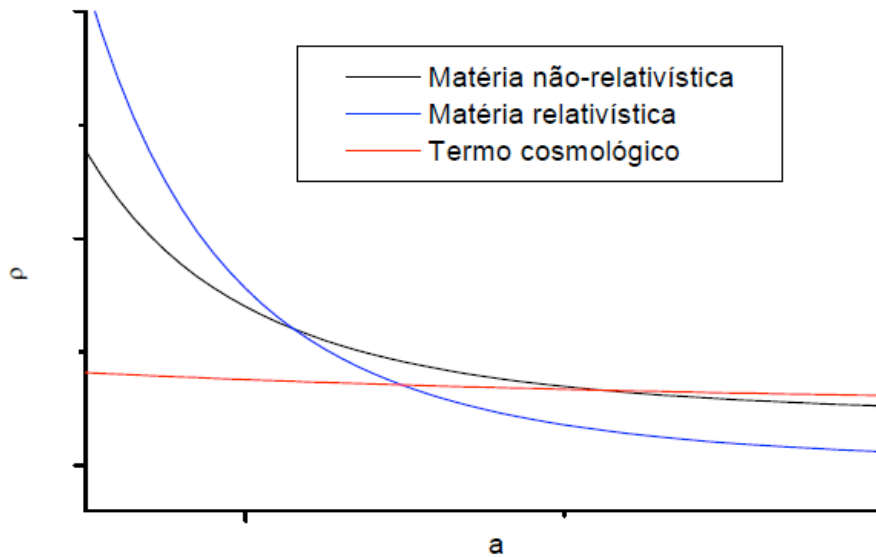


Figura (4.1). Evolução do cenário cosmológico, era dominada pela radiação, era dominada pela matéria, era da expansão acelerada (energia escura).

Vamos analisa agora o comportamento gráfico da densidade ρ pelo fator de escala a levando em consideração alguns graus de liberdade, tais como: $\omega = 0, \omega = 1/3,$

$\omega = 2/3$ e $\omega = -1$. Onde o valor $\omega = 1/3$ corresponde tanto à era da radiação como aos graus de liberdade da representação de uma rede de paredes de domínios, dentro de uma parede curva, formando junções, cuja forma (Figura 3.2) se assemelha a de uma molécula de amônia NH_3 de ‘estrutura piramidal trigonal’ – ver Figura (4.2).

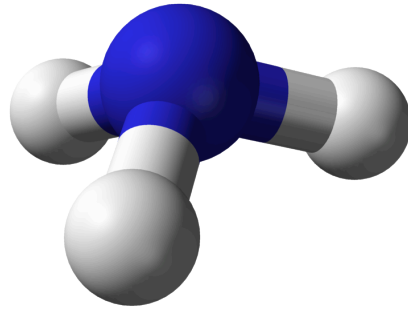


Figura (4.2): Molécula de amônia NH_3 a qual se assemelha à estrutura dada pela figura (3.2) obtida em nosso modelo.

Usando o teorema da equipartição sabemos que considerando $3/2 Nk_bT$ (translação) e $3/2 Nk_bT$ (rotação) para uma molécula poliatômica para energia interna e a lei de Boyle $pV = Nk_bT$ obtemos facilmente que a pressão se relaciona com a densidade de energia da forma $p = (1/3)\rho$ no regime em que a temperatura é suficiente para ativar também rotações na “molécula”.

A análise de dominância no processo de evolução do Universo com a presença de um *gás de rede de defeitos* dados pela figura (3.2) é descrita pela figura (4.3).

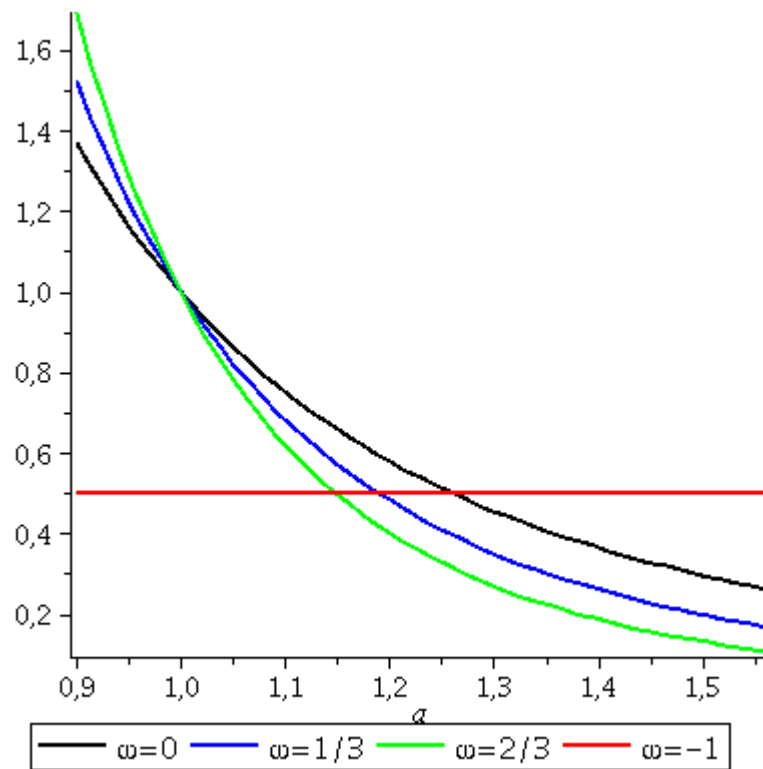


Figura (4.3): Evolução do cenário cosmológico, gráfico da densidade ρ pelo fator de escala a , $\omega=0$ (matéria não-relativística), $1/3$ (matéria relativística e *rede de defeitos no regime não-relativístico*), $2/3$ (gás de partículas não-relativísticas) e -1 (constante cosmológica ou energia escura).

Capítulo 5

Comentários e conclusões

Neste trabalho consideramos uma teoria de campos escalares desenvolvendo quebra espontânea de simetrias discretas $Z_2 \times Z_3$ as quais levam à formação de uma estrutura peculiar: estrelas de sóliton com uma rede de defeitos em sua superfície a qual apresenta dois cenários completamente distintos: i) estrela de sóliton estável na qual a rede de defeitos não agrega quase nenhuma valor à sua massa e ii) a rede captura todo o gás de Fermi da estrela para si tornando a estrela instável. A estrutura de redes de defeitos resultante podem formar um gás não interagente com graus de liberdades mais ricos que a própria estrela de sóliton inicial. Devido ao seu tamanho (a estrela de sóliton possui raio de Schwarzschild relativamente pequeno) a estrela de sóliton pode ser comparada a uma partícula muito pesada, enquanto a rede de defeitos poderá ser considerada como um objeto que se estende ao longo de linhas se assemelhando a cordas cósmicas. Num determinado regime essas estruturas podem formar um gás similar a um gás ideal poliatômico tipo molécula de amônia cuja equação de estado se assemelha à da radiação. Neste caso, assinaturas desses objetos devem aparecer, e algum “bound” (limite) poderá ser obtido sobre os parâmetros do nosso modelo, através do uso de dados de CMB, o que poderá ser usado para contrastar com a ausência de tais assinaturas para o caso de cordas cósmicas [1]. Por outro lado, para essas estruturas de rede de defeitos suficientemente grandes, o que pode acontecer para o regime atual do Universo, o gás pode se aproximar ao de um gás de cordas cósmicas cuja equação de estado seria aproximadamente $\omega = -1/3$. Interessantemente para um estado deste tipo, existe uma dominância sobre a matéria, o que poderá levar a um candidato de *matéria escura fria*, o que estaria de acordo com recentes dados observacionais - ver Figura (4.4).

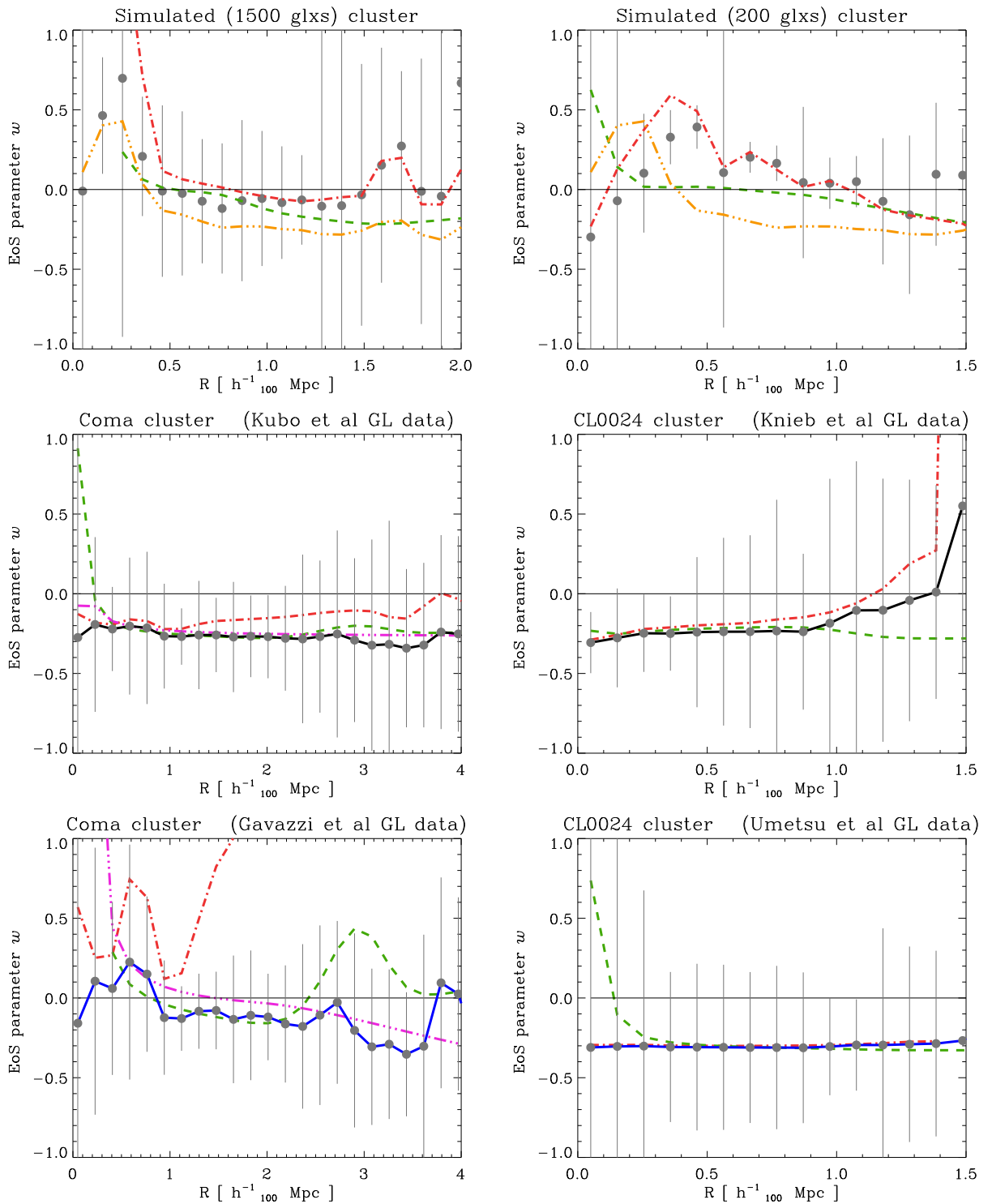


Figura (4.4): A análise de dados de efeito de lentes gravitacionais em “clusters” de galáxias CL 0024 na constelação de peixes favorece, aproximadamente, uma equação de estado tipo $\omega = -1/3$ (última figura acima) – ver referência [25].

Referências Bibliográficas

- [1] T. W. B. Kibble, *Cosmic strings reborn*, astro-ph/0410073.
- [2] C. Brans e R. H. Dicke. *Phys. Rev* 124. 925 (1961).
- [3] P. Jordan, *Nature* 164. 637 (1949).
- [5] T.W. B. Kibble, *J. Phys A: Math. Gen.* 9. No. 8. 1387 (1976).
- [6] L.H. Ryder. *Quantum Field theory*. (Cambridge University Press. 1985).
- [7] T.D. Lee, *Phys. Rev. D* 35, 3637 (1987).
- [8] T.D. Lee and Y. Pang, *Phys. Rev. D* 35, 3678 (1987).
- [9] R. Friedberg, T.D. Lee and Y. Pang, *Phys. Rev. D* 35,3658 (1987).
- [10] M.B.Voloshin, I.Yu. Kobzarv and L.B. Okun,Sov. J. Nucl. Phys.20 644 (1975).
- [11] S. Coleman, *Phys. Rev. D* 15, 2929 (1977).
- [12] S. Coleman, *Phys. Rev. D*16, 1248 (1977).
- [13] D. Bazeia and F.A. Brito, *Phys. Rev. D*62, 101701(R) (2000).
- [14] R. Jackiw and C. Rebbi, *Phys. Rev. D* 13, 3398 (1976).
- [15] H.S.M. Coxeter, *Regular Complex Polytopes*, Second Edition Cambridge University Press, New York, (1991).
- [16] V.P. Frolov and D.V. Fursaev, *Class. Quant. Grav.* 18,1535 (2001).
- [17] E.W. Kolb and M.S. Turner, *The Early Universe* Addison-Wesley, (1990).
- [18] D. Bazeia and F.A. Brito, *Phys. Rev. Lett.* 84, 1094 (2000).
- [19] A.L. MacPherson and B.A. Campbell, *Phys. Lett.B* 347,205 (1995).
- [20] J.R. Morris and D. Bazeia, *Phys. Rev. D* 54, 5217 (1996).
- [21] J.R. Morris, *Int. J. Mod. Phys. A* 13, 1115 (1998).
- [22] I. Waga, *Revista Brasileira de Ensino de Física* **22**, 163 (2000).

- [23] B.W. Carroll and D.A. Ostlie, *An Introduction to Modern Astrophysics* (Addison Wesley Publ. Co., Inc., Reading, 1996).
- [24] R.E. de Souza, *Introdução a Cosmologia* (EDUSP, São Paulo, 2004).
- [25] A.L. Serra and M.J.d.L.D. Romero, *Measuring the dark matter equation of state*, arXiv:1103.5465 [gr-qc].