



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM FÍSICA
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA

Yohan Mauricio Oviedo Torres

Seesaw Inverso e Implementação no Modelo

$331\nu_R$

Campina Grande, Paraíba, Brasil

20 de Fevereiro de 2020

Yohan Mauricio Oviedo Torres

Seesaw Inverso e Implementação no Modelo $331_{\nu R}$

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Diego Alejandro Cogollo Aponte, apresentada à Unidade Acadêmica de Física em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Professor Dr. Diego Alejandro Cogollo Aponte

Campina Grande, Paraíba, Brasil

20 de Fevereiro de 2020

T693s Torres, Yohan Mauricio Oviedo.
Seesaw inverso e implementação no modelo 331_{νR} / Yohan Mauricio Oviedo Torres. – Campina Grande, 2020.
73 f. : il. color.

Dissertação (Mestrado em Física) – Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2020.
"Orientação: Prof. Dr. Diego Alejandro Cogollo Aponte".
Referências.

1. Física. 2. Mecanismo Seesaw Inverso. 3. Modelo 3-3-1. 4. Física de Neutrinos. 5. Física de Sabor. 6. Matriz de Mistura. I. Aponte, Diego Alejandro Cogollo. II. Título.

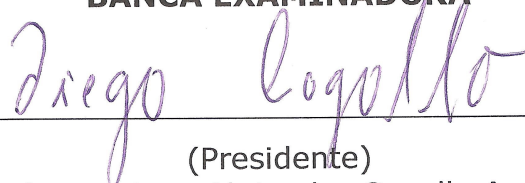
CDU 53(043)

YOHAN MAURICIO OVIEDO TORRES

SEESAW INVERSO E IMPLEMENTAÇÃO NO MODELO 331V_R

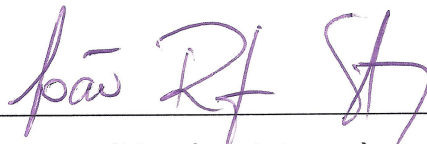
Dissertação aprovada em 20/02/2020

BANCA EXAMINADORA



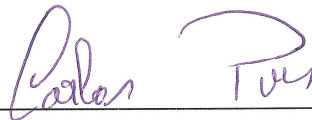
(Presidente)

Prof. Dr. Diego Alejandro Cogollo Aponte
Unidade Acadêmica de Física - UFCG



(Membro interno)

Prof. Dr. João Rafael Lúcio dos Santos
Unidade Acadêmica de Física - UFCG



(Membro externo)

Prof. Dr. Carlos Antônio de Sousa Pires
Departamento de Física - UFPB

Dedico este trabalho à minha família.

Agradecimentos

- Ao Professor Diego Cogollo, pela orientação e estímulo.
- Aos meus pais e irmãos, pelo amor e apoio incondicional.
- A Linda, por todos os anos de amizade cheios de coisas leves e alegres, mostrando que a amizade transcende tempo e espaço.
- A Michelle, pela companhia e sinceridade.
- Aos meus amigos Emilse, Diego, Vanesa, Josafary e Arthur, pela amizade e companhia.
- Aos professores, colegas de pós-graduação e funcionários da Unidade Acadêmica de Física pela grata convivência durante a minha permanência nesta Unidade.
- A todos que direta ou indiretamente possibilitaram a conclusão deste trabalho.
- Finalmente quero agradecer à CAPES pelo suporte financeiro.

*“Mede o que é mensurável e torna mensurável o que não é.”
Galileu Galilei*

Resumo

Neste trabalho estudamos o Mecanismo Seesaw Inverso através da inserção de seis novos campos: três neutrinos de mão direita e três férmions neutros, singletos pelo grupo de simetria do modelo padrão da física de partículas $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Mostramos que o modelo 3-3-1 com neutrinos de mão direita (extensão do grupo de simetria do modelo padrão $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ para $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_N$) tem a estrutura apropriada para implementar o Mecanismo Seesaw Inverso. Exibimos as correntes neutras que podem ser derivadas no modelo 3-3-1 e a forma como os nove campos do mecanismo seesaw inverso (três neutrinos ativos, três neutrinos de mão direita e três férmions neutros) entram nas correntes em forma misturada. Para conhecer a forma numérica da matriz de mistura, é necessário resolver um sistema de equações não lineares sem solução exata, gerado a partir dos produtos entre as matrizes de Yukawa em nosso modelo. Para resolver o problema, geramos mais de um milhão de mostras aleatórias de matrizes de Yukawa e, a partir de um método numérico desenvolvido para este trabalho, encontramos a melhor aproximação. Finalmente conhecendo a forma numérica das matrizes de Yukawa, calculamos as seis massas dos novos neutrinos e férmions neutros, e a matriz de mistura que relaciona os nove autoestados de sabor com nove autoestados de massa.

Palavras-chave: Mecanismo Seesaw Inverso. Modelo 3-3-1. Física de Neutrinos. Física de sabor. Matriz de Mistura.

Abstract

In this work we study the Inverse Seesaw Mechanism through the introduction of six new fields: three right-handed neutrinos and three neutral fermions, singlets by the standard model particle physics group $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. We show that the 3-3-1 model with right-handed neutrinos (extension of the symmetry group of the standard model $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ to $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_N$) has the appropriate structure to implement the Inverse Seesaw Mechanism. We exhibit the neutral currents that can be derived in the 3-3-1 model and the way that the nine fields of the inverse seesaw mechanism (three active neutrinos, three right-handed neutrinos and three neutral fermions) enter in the currents in the mixed form. To know the numerical form of the mixing matrix, is necessary to solve a nonlinear system of equations without exact solution that is generated from the products of Yukawa matrices in our model. To solve the problem, we generated more than one million Yukawa matrices and, from a numerical method developed for this work, we found the best approximation. Finally, knowing the numerical form of the Yukawa matrices, we calculate the six masses of the new neutrinos and neutral fermions, and the mixing matrix that relates the nine flavour eigenstates with the nine mass eigenstates.

Keywords: Inverse Seesaw Mechanism. 3-3-1 Model. Neutrino Physics. Flavour Physics. Mixing Matrix.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Potencial V para os casos (a) $\mu^2 > 0$ e (b) $\mu^2 < 0$	37
Figura 2 – Espectro de energia de neutrinos do elétron produzidos no Sol [1, 2].	43
Figura 3 – Experimento Homestake [29].	44
Figura 4 – Experimento Super-Kamiokande [29].	45
Figura 5 – Sudbury Neutrino Observatory (SNO) [29].	46
Figura 6 – Algoritmo de Monte Carlo para o cálculo das constantes de Yukawa.	61

Lista de tabelas

Tabela 1 – Números quânticos dos campos fermiônicos	29
Tabela 2 – Valores dos coeficientes g_V e g_A	32

Lista de abreviaturas e siglas

331_{ν_R}	Modelo 331 com neutrinos de mão direita
CP	Charge Conjugation Parity
LHC	Large Hadron Collider
ME	Matéria Escura
MP	Modelo Padrão
MSSInv	Mecanismo Seesaw Inverso
QES	Quebra Espontânea de Simetria
TGU	Teorias da Grande Unificação
VEV	Valor Esperado do Vácuo

Lista de símbolos

c	Cor
C	Conjugação de Carga
L	Quiralidade Left
Y	Hipercarga

Sumário

1	INTRODUÇÃO	23
2	O MODELO PADRÃO ELETROFRACO	27
2.1	Setor Fermiônico	28
2.1.1	Interações eletrofracas dos léptons	30
2.1.2	Interações eletrofracas dos quarks	32
2.2	Setor de Calibre	33
2.3	Setor Escalar	34
2.4	Setor de Yukawa	40
3	NEUTRINOS MASSIVOS	43
3.1	Evidência experimental da massa dos neutrinos	43
3.1.1	Experimento Homestake	44
3.1.2	Experimento Super-Kamiokande	45
3.1.3	Experimento SNO	45
3.2	Termo de Massa Dirac-Majorana	47
3.2.1	Mecanismo Seesaw Tipo I	50
3.3	Mecanismo Seesaw Inverso	51
3.4	Implementação do Mecanismo Seesaw Inverso no modelo 331_{ν_R}	53
3.4.1	Interações neutras dos neutrinos no modelo 331_{ν_R}	55
4	MASSAS E MISTURAS DE NEUTRINOS	59
4.1	Método de Monte Carlo para o cálculo das massas e misturas dos neutrinos pesados	59
5	CONCLUSÕES	65
	REFERÊNCIAS	67
	APÊNDICES	71
	APÊNDICE A – DIAGONALIZAÇÃO DA MATRIZ DE MASA	73

1 Introdução

Todos os fenômenos físicos conhecidos até agora podem ser descritos sob a ação de quatro forças ou interações fundamentais: A interação nuclear forte, a interação eletromagnética, a interação nuclear fraca e a interação gravitacional. Uma das teorias físicas melhor testadas experimentalmente, o modelo padrão da física de partículas (MP), descreve as partículas fundamentais da natureza e suas interações (exceto a gravidade) dentro de uma teoria quântica de campos [3–5].

Em geral as partículas conhecidas da natureza podem ser classificadas em dois grupos de acordo com o valor de spin: spin semi-inteiro e spin inteiro. As partículas de spin semi-inteiro são chamadas de Férmions e existem dois tipos: Quarks e Léptons. Os quarks são seis partículas eletricamente carregadas (quark up u , down d , charm c , strange s , top t e bottom b) que participam em todas as interações. Não são encontrados em estados livres e formam partículas compostas chamadas de Hádrons, sendo mésons (formados por um par quark-antiquark) e bárions (formados por três quarks). Os léptons também participam em todas as interações, exceto nas interações fortes. São partículas de spin $1/2$ e existem como partículas eletricamente carregadas (elétron e^- , múon μ^- e tau τ^-) e neutras (neutrino do elétron ν_e , neutrino do múon ν_μ e neutrino do tau ν_τ). Os quarks e léptons podem ser agrupados em três famílias. A diferença principal entre cada família é a massa das partículas, sendo a terceira família a mais pesada de todas. A primeira família corresponde à matéria ordinária (estável), enquanto que a segunda e terceira são partículas instáveis. O outro grupo de partículas são as partículas com spin inteiro, chamadas de Bósons. No MP existem bósons que mediam as interações fundamentais: oito tipos de bósons sem massa chamados de glúons G para as interações fortes, quatro bósons vetoriais (três massivos W^\pm , Z^0 e um fóton γ sem massa) para as interações eletrofracas e finalmente um bóson escalar massivo que constitui o *quantum* do campo de Higgs, responsável por dar massa às partículas do MP [6].

Apesar da concordância com os dados experimentais, o MP tem vários problemas. Alguns deles são:

1. O número de parâmetros arbitrários: O MP contém parâmetros arbitrários cujos valores são escolhidos para que as previsões sejam ajustadas aos dados experimentais. O setor fermiônico do MP depende de treze parâmetros independentes: seis massas para os quarks, três massas para os léptons carregados (dentro do MP os neutrinos são considerados sem massa), três ângulos de mistura para os quarks e uma fase.

Além dos treze parâmetros no setor fermiônico, há no setor de calibre três constantes de acoplamento, um parâmetro relacionado com o problema CP forte e para o setor escalar há dois parâmetros: a massa do bóson de Higgs e uma constante de acoplamento quártico, para um total de dezenove parâmetros livres [7, 8].

2. A estrutura do setor fermiônico no MP não é explicado. As massas das partículas variam desde 0 eV (para neutrinos) até $\sim 173 \text{ GeV}$ (quark top). Não há uma explicação nem para a hierarquia das massas dos férmions nem o número de famílias. Não existe uma justificativa para o padrão de mistura entre quarks, onde a mistura é maior entre a primeira e segunda família, seguido da segunda e terceira e por último a primeira e terceira [9].
3. A gravidade que é importante na escala de Planck¹, não esta incluída no MP.
4. O MP não explica a assimetria bariônica no Universo. Não há razão de que exista mais matéria que antimatéria. Este problema requer violação de CP, o qual não esta presente no MP.
5. A primeira evidencia de matéria escura² (ME) vem de medições das curvas de rotação de galaxias [11]. A resposta para esse problema e que concorda com os dados experimentais é que a galáxia está imersa em um halo de matéria invisível conhecida como ME. A composição do universo consta de 4.9% de matéria visível e o restante é ME e energia escura [12]. O MP não explica a matéria escura nem a energia escura.

Além desses e outros problemas, vamos mencionar as sérias dificuldades relacionadas com os neutrinos pois eles são uma parte importante desta dissertação. Dentro do MP os neutrinos não têm massa. Porém, diferentes anomalias que aconteceram em experimentos de detecção de neutrinos solares e atmosféricos mostraram que existe transições entre sabores ou tipos de neutrinos [13], fenômeno conhecido como oscilações de neutrinos [14]. Cinco parâmetros de oscilações de neutrinos (duas diferenças quadradas de massa, dois ângulos de mistura e uma fase), foram medidos com uma alta precisão. O fato dos neutrinos terem massa é a primeira evidência de física além do modelo padrão. Portanto uma nova era de pesquisas científicas procura responder perguntas como

1. Os neutrinos são partículas de Dirac ou Majorana³ [7, 15]?

¹ A escala de Planck é a escala de espaço, tempo e energia onde os efeitos da gravidade quântica são dominantes.

² Uma introdução, definições e fundamentos sobre matéria escura, assim como a participação do Brasil em pesquisas relacionadas com matéria escura, pode ser encontrada na referência [10].

³ Um férmion de Dirac é um férmion que não é sua própria antipartícula, enquanto que um férmion de Majorana é sua própria antipartícula. Todas as partículas do MP são férmions de Dirac, exceto possivelmente os neutrinos.

2. É a invariância de CP violada no setor leptônico? Qual é o valor da fase CP?.
3. Qual é a característica do espectro de massas dos neutrinos? é de hierarquia normal? ou seja, a diferença quadrada de massas mais pequena é entre os neutrinos mais leves? ou de hierarquia invertida? ou seja a diferença quadrada de massas mais pequena é entre os neutrinos mais pesados?.
4. Quais são os valores absolutos das massas dos neutrinos?.
5. O número de neutrinos massivos é igual ao número de neutrinos de sabor ou são mais de três? Há transições de estados de sabor a estados de sabor estéreis⁴?

Estas perguntas nos fazem pensar que definitivamente o MP não é a última teoria sobre as interações fundamentais, e mesmo ela sendo compatível com todos os dados experimentais, pode ser só uma teoria efetiva que pertence a uma teoria maior, ou seja

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{MP} + \mathcal{L}_{NF}, \quad (1.1)$$

onde \mathcal{L}_{NF} é a lagrangiana⁵ que descreve a nova física que a lagrangiana do modelo padrão \mathcal{L}_{MP} não consegue explicar.

Portanto, nesta dissertação iremos estudar a massa dos neutrinos, a mistura, a natureza deles (se são de Dirac ou Majorana) e o número de neutrinos massivos e estéreis através do Mecanismo Seesaw Inverso (MSSInv), o qual é um mecanismo que pode ser testado em futuros experimentos no LHC (*Large Hadron Collider*) [16–19]. Posteriormente vamos implementar o MSSInv no modelo modelo 331 com neutrinos de mão direita (331_{ν_R}) mostrando que o modelo tem os ingredientes principais para implementar o MSSInv. Depois vamos obter a lagrangiana de corrente neutra que descreve a interação do bóson Z' (bóson de calibre produto da extensão da simetria $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ para $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_N$) com os neutrinos de mão direita e exibir uma possível forma de produzir esses neutrinos em colisores como o LHC [20]. Finalmente iremos obter os valores das massas dos novos neutrinos e a mistura deles através de um método numérico baseado no método de Monte Carlo.

⁴ Os estados de sabor estéreis são os estados que não entram nas correntes, portanto não interagem através de nenhuma das interações da teoria.

⁵ Na verdade é densidade lagrangiana, mas daqui em diante chamaremos de lagrangiana ou lagrangiano por simplicidade.

2 O Modelo Padrão Eletrofraco

O MP é uma teoria de calibre baseada no grupo de simetria local $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, onde c indica Cor, L a quiralidade *Left* e Y a hipercarga. Cada grupo de calibre que compõe a teoria determina o tipo de interação e o número de bósons de calibre que correspondem ao número de geradores do grupo. Por exemplo, na interação forte há oito bósons, chamados de *Gluons*, pois existem oito geradores para o grupo $SU(3)_c$. Na interação eletrofraca há quatro bósons (os bósons W^\pm, Z^0 e γ) já que existem quatro geradores do grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. No MP as interações eletrofracas e fortes podem ser estudadas separadamente já que o grupo $SU(3)_c$ não se quebra nem se mistura com o setor eletrofraco $SU(2)_L \times U(1)_Y$ [1, 21]. Veremos que a existência de uma mistura entre os bósons de calibre dos grupos $SU(2)_L$ e $U(1)_Y$ permite que as duas teorias sejam estudadas em conjunto. Portanto é suficiente centrar a nossa atenção na teoria GSW (Glashow, Salam, Weinberg), melhor conhecida como o modelo padrão eletrofraco $SU(2)_L \times U(1)_Y$ [3–5].

O grupo de simetria não abeliano $SU(2)_L$ é conhecido como Grupo de Isospin Fraco e tem três geradores T_a que satisfazem a seguinte álgebra

$$[T_a, T_b] = i\epsilon_{abc}T_c, \quad (2.1)$$

onde $a = 1, 2, 3$ e ϵ_{abc} é um tensor totalmente antissimétrico. Na representação 2-dimensional é $T_a = \tau_a/2$, onde τ_a são as matrizes de Pauli. O grupo de simetria abeliano $U(1)_Y$ é conhecido como grupo da Hipercarga. O gerador é o operador de hipercarga Y e está conectado ao operador T_3 e o operador de carga elétrica Q pela relação de Gell-Mann-Nishijima [21]

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}, \quad (2.2)$$

Para estudar o modelo padrão eletrofraco vamos escrever a lagrangiana da seguinte forma

$$\mathcal{L}_{MP} = \mathcal{L}_{Fermion} + \mathcal{L}_{Calibre} + \mathcal{L}_{Escalar} + \mathcal{L}_{Yukawa}, \quad (2.3)$$

Ela é invariante de Lorentz, invariante pelo grupo eletrofraco $SU(2)_L \times U(1)_Y$ e renormalizável. Nas seguintes seções analisaremos cada um dos termos da lagrangiana do MP.

2.1 Setor Fermiônico

O setor fermiônico é composto de seis tipos de léptons: elétron e^- , múon μ^- e tau τ^- e seus neutrinos correspondentes ν_e , ν_μ e ν_τ , respetivamente, e seis tipos de quarks: up u , down d , charm c , strange s , top t e bottom b . O MP é uma teoria quirial, ou seja, trata os campos fermiônicos de mão esquerda e direita de forma diferente com relação ao grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Os campos de mão esquerda transformam como dubletos e os campos de mão direita como singletos sob $SU(2)_L$. Por esse motivo, o conteúdo de partículas para o setor fermiônico está organizado como

$$\text{Dubletos : } L_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ l_a \end{pmatrix}_L \rightarrow \begin{pmatrix} \nu_e \\ l_e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ l_\mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ l_\tau \end{pmatrix}_L; \quad (2.4)$$

$$\text{Singletos : } l_R^a \rightarrow e_R, \mu_R, \tau_R; \quad (2.5)$$

$$\text{Dubletos : } Q_{aL} = \begin{pmatrix} u_a \\ d_a \end{pmatrix}_L \rightarrow \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L; \quad (2.6)$$

$$\text{Singletos : } \begin{cases} \text{tipo up} & u_R^a \rightarrow u_R, c_R, t_R \\ \text{tipo down} & d_R^a \rightarrow d_R, s_R, b_R, \end{cases} \quad (2.7)$$

onde $a = 1, 2, 3$. As quiralidades de mão esquerda e direita para um campo ψ são definidas como

$$\psi_{R,L} = \frac{1}{2} (1 \pm \gamma^5) \psi, \quad (2.8)$$

sendo $\gamma^5 := i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$, onde γ^μ denota a coleção de quatro matrizes, cada uma de dimensão 4×4 , que satisfazem as condições $[\gamma^\mu, \gamma^\nu]_+ = 2g^{\mu\nu}$ e $\gamma_0\gamma_\mu\gamma_0 = \gamma_\mu^\dagger$ onde $\mu = 0, 1, 2, 3$, $[A, B]_+ = AB + BA$ denota o anticomutador e $g^{\mu\nu}$ é o tensor métrico de Minkowski. Na [Tabela 1](#) são mostrados os números quânticos das partículas os quais são fixados pela Eq. (2.2).

Levando tudo isso em conta, a lagrangiana que descreve a cinética e as interações dos campos fermiônicos (2.4), (2.5), (2.6) e (2.7) com os campos de calibre é

$$\mathcal{L}_{Fermion} = i\overline{L}_{aL}\not{D}L_{aL} + i\overline{Q}_{aL}\not{D}Q_{aL} + i\overline{l}_R^a\not{D}l_R^a + i\overline{u}_R^a\not{D}u_R^a + i\overline{d}_R^a\not{D}d_R^a, \quad (2.9)$$

onde $\not{D} = \gamma^\mu D_\mu$ e $\overline{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$. Nesta última relação foi utilizada a notação de Einstein, ou seja, o somatório sobre índices repetidos foi suprimido. Conforme indicado no início deste

Tabela 1 – Números quânticos dos campos fermiônicos

Férmion	T_3	Y	Q
l_{aL}	-1/2	-1	-1
l_R^a	0	-2	-1
ν_L^a	+1/2	-1	0
u_{aL}	+1/2	+1/3	+2/3
u_R^a	0	+4/3	+2/3
d_{aL}	-1/2	+1/3	-1/3
d_R^a	0	-2/3	-1/3

capítulo, a lagrangiana é construída para que seja invariante de Lorentz, renormalizável e invariante sob as seguintes transformações do grupo de calibre $SU(2)_L \times U(1)_Y$:

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow \begin{cases} \Psi(x)_L \rightarrow \Psi'(x)_L = e^{(igT^a\alpha(x)_a + ig'\frac{Y}{2}\varsigma(x))} \Psi(x)_L \\ \psi(x)_R \rightarrow \psi'(x)_R = e^{ig'\frac{Y}{2}\varsigma(x)} \psi(x)_R \\ D_\mu \Psi(x)_L \rightarrow D'_\mu \Psi'(x)_L = e^{(igT^a\alpha(x)_a + ig'\frac{Y}{2}\varsigma(x))} D_\mu \Psi(x)_L \\ D_\mu \psi(x)_R \rightarrow D'_\mu \psi'(x)_R = e^{ig'\frac{Y}{2}\varsigma(x)} D_\mu \psi(x)_R \end{cases} \quad (2.10)$$

onde $\Psi(x)_L = L(x)_L, Q(x)_L$ e $\psi(x)_R = l(x)_R, u(x)_R, d(x)_R$. A derivada covariante D_μ , que faz com que $D_\mu \Psi_L$ e $D_\mu \psi_R$ transformem do mesmo jeito que os campos Ψ_L e ψ_R , é definida para campos de mão esquerda e direita, respectivamente

$$D_\mu = \partial_\mu + igT^a W_{a\mu}(x) + ig'\frac{Y}{2} B_\mu(x); \quad (2.11)$$

$$D_\mu = \partial_\mu + ig'\frac{Y}{2} B_\mu(x). \quad (2.12)$$

Para que a lagrangiana da Eq. (2.9) seja invariante completamente por $SU(2)_L \times U(1)_Y$, os campos de calibre W_μ^a e B_μ também devem transformar sob o mesmo grupo

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow \begin{cases} W_{a\mu}(x) \rightarrow W'_{a\mu}(x) = W_{a\mu}(x) - \partial_\mu \alpha_a(x) - g\epsilon^{abc} \alpha_b(x) W_{c\mu}(x) \\ B_\mu(x) \rightarrow B'_\mu(x) = B_\mu(x) - \partial_\mu \varsigma(x). \end{cases} \quad (2.13)$$

A discussão sobre os campos de calibre será feita na [Seção 2.2](#). Agora vamos discutir brevemente as interações eletrofracas que podem ser obtidas da lagrangiana (2.9).

2.1.1 Interações eletrofracas dos léptons

Da Eq. (2.9) vamos isolar a lagrangiana que descreve a cinética e as interações dos léptons com os campos de calibre

$$\mathcal{L}_{Fermion} = i\overline{L}_{aL}\not{D}L_{aL} + i\overline{l}_R^a\not{D}l_R^a. \quad (2.14)$$

Levando em conta as Eqs. (2.11), (2.12) e os valores das hipercargas dos léptons de mão esquerda e direita da Tabela 1, podemos isolar as interações dos léptons com os campos de calibre da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_{I,L} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{\nu}_{aL} & \overline{l}_{aL} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} gW_3 - g'\mathcal{B} & g(W_1 - iW_2) \\ g(W_1 + iW_2) & -gW_3 - g'\mathcal{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{aL} \\ l_{aL} \end{pmatrix} + g'\overline{l}_R^a\mathcal{B}l_R^a. \quad (2.15)$$

Agora são definidos os campos físicos W^μ , Z^μ e A^μ como

$$W^\mu = \frac{W_1^\mu - iW_2^\mu}{\sqrt{2}}; \quad (2.16)$$

$$\begin{pmatrix} W_3^\mu \\ B^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_W & S_W \\ -S_W & C_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

onde foi usada a notação $S_W = \text{Sin}\theta_W$ e $C_W = \text{Cos}\theta_W$. O ângulo θ_W é conhecido como Ângulo de Weinberg ou Ângulo de Mistura Eletrofraca, e tem um valor de $\text{Sin}^2\theta_W = 0.231 \pm 0.004$ [22]. Após a quantização dos campos de calibre, W^μ , $W^{\mu\dagger}$, Z^μ e A^μ representam os bósons W^+ , W^- , Z^0 e o fóton γ , respetivamente. Levando em conta as Eqs. (2.16) e (2.17), a lagrangiana de interação dos léptons (2.15) pode ser escrita da seguinte maneira

$$\mathcal{L}_{I,L} = \mathcal{L}_{I,L}^{(CC)} + \mathcal{L}_{I,L}^{(NC)}, \quad (2.18)$$

onde a lagrangiana da corrente carregada para os léptons $\mathcal{L}_{I,L}^{(CC)}$ é

$$\mathcal{L}_{I,L}^{(CC)} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left\{ \overline{\nu}_L^a \not{W} l_L^a + \overline{l}_L^a \not{W}^\dagger \nu_L^a \right\}. \quad (2.19)$$

Usando a Eq. (2.8), a lagrangiana anterior pode ser escrita como

$$\mathcal{L}_{I,L}^{(CC)} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_{W,L}^\mu W_\mu + h.c. \quad (2.20)$$

onde h.c. denota o conjugado transposto dos termos imediatamente anteriores e $j_{W,L}^\mu$ é a corrente carregada dos léptons definida como

$$j_{W,L}^\mu = \bar{\nu}^a \gamma^\mu (1 - \gamma^5) l^a. \quad (2.21)$$

Na Eq. (2.19) a lagrangiana da corrente neutra para os léptons $\mathcal{L}_{I,L}^{(NC)}$ é

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I,L}^{(NC)} = & -\frac{1}{2} \{ \bar{\nu}_L^a [(gC_W + g'S_W) \not{Z} + (gS_W - g'C_W) \not{A}] \nu_L^a \\ & - \bar{l}_L^a [(gC_W - g'S_W) \not{Z} + (gS_W + g'C_W) \not{A}] l_L^a \\ & - 2g' \bar{l}_R^a (-S_W \not{Z} + C_W \not{A}) l_R^a \}. \end{aligned} \quad (2.22)$$

Como os neutrinos são partículas eletricamente neutras, por conservação da carga elétrica, eles não se acoplam aos campos eletromagnéticos. Logo, no primeiro termo da Eq. (2.22), o acoplamento do fóton A_μ com os neutrinos ν_L^a deve ser zero. Portanto

$$g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W, \quad \text{Logo} \quad \frac{g'}{g} = \tan \theta_W. \quad (2.23)$$

Levando em conta a relação anterior, a Eq. (2.22) pode ser escrita como

$$\mathcal{L}_{I,L}^{(NC)} = \mathcal{L}_{I,L}^{(\gamma)} + \mathcal{L}_{I,L}^{(Z)}, \quad (2.24)$$

onde

$$\mathcal{L}_{I,L}^{(\gamma)} = -e j_{\gamma,L}^\mu A_\mu; \quad (2.25)$$

$$\mathcal{L}_{I,L}^{(Z)} = -\frac{g}{2C_W} j_{Z,L}^\mu Z_\mu. \quad (2.26)$$

Foi definida a carga $e = g \sin \theta_W$. As correntes $j_{\gamma,L}^\mu$ e $j_{Z,L}^\mu$ são as correntes eletromagnética e neutra dos léptons, respectivamente, definidas como

$$j_{\gamma,L}^\mu = -\bar{l}^a \gamma^\mu l^a; \quad (2.27)$$

$$j_{Z,L}^\mu = \bar{\nu}^a \gamma^\mu (g_V^\nu - g_A^\nu \gamma^5) \nu^a + \bar{l}^a \gamma^\mu (g_V^l - g_A^l \gamma^5) l^a, \quad (2.28)$$

onde foi introduzido os coeficientes $g_V^{\nu,l}$ e $g_A^{\nu,l}$. Os valores dos coeficientes g_V e g_A para léptons e quarks são mostrados na [Tabela 2](#).

Tabela 2 – Valores dos coeficientes g_V e g_A .

Férmion	g_V	g_A
ν_e, ν_μ, ν_τ	$g_V^\nu = \frac{1}{2}$	$g_A^\nu = \frac{1}{2}$
e, μ, τ	$g_V^l = -\frac{1}{2} + 2S_W^2$	$g_A^l = -\frac{1}{2}$
u, c, t	$g_V^U = \frac{1}{2} - \frac{4}{3}S_W^2$	$g_A^U = \frac{1}{2}$
d, s, b	$g_V^D = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3}S_W^2$	$g_A^D = -\frac{1}{2}$

2.1.2 Interações eletrofracas dos quarks

A lagrangiana que descreve a cinética e a interação dos quarks com os campos de calibre, segundo a Eq. (2.9), é

$$\mathcal{L}_{Quarks} = i\overline{Q_{aL}}\not{D}Q_{aL} + i\overline{u_R^a}\not{D}u_R^a + i\overline{d_R^a}\not{D}d_R^a. \quad (2.29)$$

Levando em conta as Eqs. (2.11) e (2.12) e os valores das hipercargas, podemos isolar a partir da Eq. (2.29) o termo de interação dos quarks com os campos de calibre

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{I,Q} = & -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \overline{u_L^a} & \overline{d_L^a} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} gW_3 + \frac{g'}{3}\not{B} & g(W_1 - iW_2) \\ g(W_1 + iW_2) & -gW_3 + \frac{g'}{3}\not{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L^a \\ d_L^a \end{pmatrix} \\ & - \frac{2}{3}g'\overline{u_R^a}\not{B}u_R^a + \frac{1}{3}g'\overline{d_R^a}\not{B}d_R^a. \end{aligned} \quad (2.30)$$

Seguindo o mesmo procedimento que foi feito na Subseção 2.1.1, podemos mostrar que a lagrangiana que descreve as interações dos quarks com os campos de calibre físicos é

$$\mathcal{L}_{I,Q} = \mathcal{L}_{I,Q}^{(CC)} + \mathcal{L}_{I,Q}^{(NC)}, \quad (2.31)$$

onde a lagrangiana da corrente carregada para os quarks $\mathcal{L}_{I,Q}^{(CC)}$ é

$$\mathcal{L}_{I,Q}^{(CC)} = -\frac{g}{2\sqrt{2}}j_{W,Q}^\mu W_\mu + h.c., \quad (2.32)$$

na qual a corrente $j_{W,Q}^\mu$ é a corrente carregada dos quarks definida como

$$j_{W,Q}^\mu = 2\overline{u_L^a}\gamma^\mu d_L^a = \overline{u^a}\gamma^\mu (1 - \gamma^5) d^a. \quad (2.33)$$

A lagrangiana que descreve as interações dos quarks com os campos de calibre neutros é

$$\mathcal{L}_{I,Q}^{(NC)} = \mathcal{L}_{I,Q}^{(\gamma)} + \mathcal{L}_{I,Q}^{(Z)}, \quad (2.34)$$

onde as lagrangianas de interação dos quarks com o campo eletromagnético A_μ e a interação com o bóson Z_μ são, respetivamente

$$\mathcal{L}_{I,Q}^{(\gamma)} = -e j_{\gamma,Q}^\mu A_\mu; \quad (2.35)$$

$$\mathcal{L}_{I,Q}^{(Z)} = -\frac{g}{2C_W} j_{Z,Q}^\mu Z_\mu, \quad (2.36)$$

onde $j_{\gamma,Q}^\mu$ e $j_{Z,Q}^\mu$ são as correntes eletromagnéticas e neutras dos quarks, respectivamente, cujas formas explícitas são

$$j_{\gamma,Q}^\mu = \frac{2}{3} \bar{u}^a \gamma^\mu u^a - \frac{1}{3} \bar{d}^a \gamma^\mu d^a; \quad (2.37)$$

$$j_{Z,Q}^\mu = \bar{u}^a \gamma^\mu (g_V^U - g_A^U \gamma^5) u^a + \bar{d}^a \gamma^\mu (g_V^D - g_A^D \gamma^5) d^a. \quad (2.38)$$

Os valores dos coeficientes $g_V^{U,D}$ e $g_A^{U,D}$ estão na [Tabela 2](#).

2.2 Setor de Calibre

A lagrangiana (2.9) descreve a cinética dos férmions e a interação deles com os campos de calibre. A lagrangiana do MP dada pela Eq. (2.3) deve conter um termo que descreva os campos de calibre livres, ou seja, quando os férmions não estão presentes [23]. Esses requisitos são satisfeitos pela lagrangiana $\mathcal{L}_{Calibre}$ e tem a seguinte forma

$$\mathcal{L}_{Calibre} = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu}(x) B^{\mu\nu}(x) - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a(x) G_a^{\mu\nu}(x), \quad (2.39)$$

onde

$$G_{\mu\nu}^a(x) = F_{\mu\nu}^a(x) + g \epsilon^{abc} W_\mu^b(x) W_\nu^c(x); \quad (2.40)$$

$$F_{\mu\nu}^a(x) = \partial_\mu W_\nu^a(x) - \partial_\nu W_\mu^a(x). \quad (2.41)$$

A invariância da Eq. (2.39) pelo grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ é conseguida pela Eq. (2.13). A lagrangiana $\mathcal{L}_{Calibre}$ pode ser escrita em termos dos campos físicos dados pelas Eqs. (2.16) e (2.17)

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{Calibre}} = & -\frac{1}{2}F_{W\mu\nu}^\dagger F_W^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{Z\mu\nu}F_Z^{\mu\nu} - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\
& + igC_W \left[F_W^{\mu\nu} Z_\mu W_\nu^\dagger + F_Z^{\mu\nu} W_\mu^\dagger W_\nu - F_{W\mu\nu}^\dagger Z^\mu W^\nu \right] \\
& + ie \left[F_W^{\mu\nu} A_\mu W_\nu^\dagger + F^{\mu\nu} W_\mu^\dagger W_\nu - F_{W\mu\nu}^\dagger A^\mu W^\nu \right] \\
& + g^2 C_W^2 \left[(W_\mu Z^\mu) (W_\nu^\dagger Z^\nu) - (W^\mu W_\mu^\dagger) (Z^\nu Z_\nu) \right] \\
& + e^2 \left[(W_\mu A^\mu) (W_\nu^\dagger A^\nu) - (W^\mu W_\mu^\dagger) (A^\nu A_\nu) \right] \\
& + egC_W \left[(W_\mu Z^\mu) (W_\nu^\dagger A^\nu) + (W_\mu^\dagger Z^\mu) (W_\nu A^\nu) - 2 (W^\mu W_\mu^\dagger) (Z_\nu A^\nu) \right] \\
& + \frac{1}{2}g^2 \left[(W_\mu W^\mu) (W_\nu^\dagger W^{\dagger\nu}) - (W_\mu^\dagger W^\mu)^2 \right], \tag{2.42}
\end{aligned}$$

onde

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu; \tag{2.43}$$

$$F_W^{\mu\nu} = \partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu; \tag{2.44}$$

$$F_Z^{\mu\nu} = \partial^\mu Z^\nu - \partial^\nu Z^\mu. \tag{2.45}$$

A primeira linha da Eq. (2.42) descreve os campos livres W^\pm , Z^0 e γ . Os outros termos descrevem a interação entre eles. Notamos que o último termo para o campo W^μ é de auto-interação¹ já que o grupo $SU(2)_L$ é não abeliano. Não existe termos de auto-interação para os bósons Z^0 e γ .

2.3 Setor Escalar

As lagrangianas das Eqs. (2.9) e (2.42) descrevem férmions e bósons de calibre sem massa. Adicionar os seguintes termos de massa *ad hoc*

$$-m\bar{\psi}\psi = -m \left[\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L \right]; \tag{2.46}$$

$$m_W^2 W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{1}{2}m_Z^2 Z_\mu Z^\mu, \tag{2.47}$$

para os férmions e bósons não é possível já que quebram a invariância por $SU(2)_L$. O motivo é que os campos de mão esquerda transformam diferente dos campos de mão direita

¹ Termos de auto-interação descrevem acoplamentos diretos entre os campos envolvidos.

(ver Eqs. (2.10)) e o terceiro termo da primeira linha da Eq. (2.13) faz que o termo de massa (2.47) não seja invariante. Para obter uma teoria renormalizável e que seja possível introduzir de forma natural esses termos de massa é necessário um mecanismo que quebre a simetria do MP e crie termos de massa para os bósons e férmions. Dentro do MP, o mecanismo que atende a esses requisitos é o Mecanismo de Higgs², o qual funciona através da quebra espontânea de simetria (QES) local do MP, levando ao aparecimento de uma nova partícula, o bóson de Higgs, e termos de massa para as partículas da teoria. Através desta seção, esclareceremos de maneira qualitativa e quantitativa o mecanismo de Higgs através do processo de QES.

Vamos supor que temos uma teoria, descrita por uma lagrangiana simétrica, com estados de mínima energia degenerados. Se escolhermos um desses estados degenerados como o estado de vácuo, e esse estado de vácuo não possui a simetria da lagrangiana, se diz que essa simetria é quebrada espontaneamente. Isso significa que existe uma quantidade no vácuo que não é nula e não é invariante pelas transformações de simetria da lagrangiana, de modo que podemos usar essa quantidade para caracterizar o estado de vácuo. Nossa teoria de interesse é MP, onde lagrangiana (2.3) é simétrica pelo grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Como o vácuo deve ser eletricamente neutro e portanto invariante sob transformações do grupo eletromagnético, devemos quebrar a simetria do MP para o grupo $U(1)_{EM}$. Portanto vamos modificar a teoria para que, através da QES da simetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$, os bósons W^μ e Z^μ adquiram massa e permaneça apenas uma quantidade conservada (a carga elétrica) correspondente a um bóson sem massa (o fóton A^μ). Para fazer isso vamos introduzir um campo escalar Φ chamado de Campo de Higgs com valor esperado do vácuo³ (VEV) não nulo $\langle 0 | \Phi | 0 \rangle \neq 0$, invariante sob transformações de Lorentz (*boost*⁴ e rotações) e como veremos mais adiante, seu valor no vácuo não é invariante sob transformações de calibre do MP. O campo Φ não é apenas um campo escalar, é um isospin com varias componentes, onde ao menos uma componente é eletricamente neutra. Portanto a maneira mais simples é introduzir o seguinte dubleto de isospin fraco [23]

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+(x) \\ \phi^0(x) \end{pmatrix}, \quad (2.48)$$

onde $\phi^+(x)$ é um campo escalar complexo carregado com $T_3(\phi^+(x)) = 1/2$ e $Y(\phi^+(x)) = 1$, e $\phi^0(x)$ é um campo escalar complexo neutro com $T_3(\phi^0(x)) = -1/2$ e $Y(\phi^0(x)) = 1$.

² O mecanismo de Higgs é a forma em que os bósons W^μ e Z^μ adquirem massa sem estragar a simetria de calibre local do MP e sem bósons de Nambu-Goldstone aparecendo.

³ O valor esperado do vácuo de um operador físico é o valor médio que esse campo possui no vácuo.

⁴ Uma transformação de Lorentz de tipo Boost é uma transformação linear que, dadas as coordenadas de um evento em um sistema de coordenadas S, permite determinar as coordenadas desse evento em outro sistema S' que se move em relação a S, sem envolver rotações.

A lagrangiana $\mathcal{L}_{Escalar}$ da Eq. (2.3) que descreve o campo escalar $\Phi(x)$ é

$$\mathcal{L}_{Escalar} = [D^\mu \Phi(x)]^\dagger [D_\mu \Phi(x)] - V(x), \quad (2.49)$$

onde V é o potencial escalar definido como

$$V(x) = \mu^2 \Phi^\dagger(x) \Phi(x) + \lambda [\Phi^\dagger(x) \Phi(x)]^2. \quad (2.50)$$

A lagrangiana $\mathcal{L}_{Escalar}$ é invariante por $SU(2)_L \times U(1)_Y$ já que $\Phi(x)$ e $D_\mu \Phi$ transformam como

$$\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = e^{(igT^a \alpha(x)_a + ig' \frac{Y}{2} \varsigma(x))} \Phi(x); \quad (2.51)$$

$$D_\mu \Phi(x) \rightarrow D'_\mu \Phi'(x) = e^{(igT^a \alpha(x)_a + ig' \frac{Y}{2} \varsigma(x))} D_\mu \Phi(x). \quad (2.52)$$

A derivada covariante D_μ que faz $D_\mu \Phi(x)$ transformar do mesmo jeito que $\Phi(x)$ é

$$D_\mu = \partial_\mu + igT^a W_{a\mu}(x) + ig' \frac{Y}{2} B_\mu(x). \quad (2.53)$$

A receita é simples: Vamos analisar o sistema descrito pela lagrangiana (2.49) no estado de menor energia e ver o que acontece ao redor desse estado. Na Eq. (2.50) o parâmetro de acoplamento quártico λ deve ser positivo $\lambda > 0$ para que o potencial $V(x)$ seja limitado por baixo. O valor mínimo da energia no sistema descrito pela lagrangiana (2.49) corresponde ao valor constante Φ_0 que minimiza o potencial V . Portanto vamos analisar as situações nas quais o potencial é mínimo. Como é mostrado na [Figura 1a](#), para o caso quando $\mu^2 > 0$, o potencial V é mínimo na origem, ou seja quando o campo tem um único valor

$$\Phi(x) = \Phi_0 = \begin{pmatrix} \phi_0^+ \\ \phi_0^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (2.54)$$

Uma transformação da forma $U = \exp(i\alpha G)$ sobre o estado de vácuo Φ_0

$$\Phi'_0 = U\Phi_0 = e^{i\alpha G} \Phi_0 = \left[1 + i\alpha G + \left(\frac{i}{2!}\right)^2 \alpha^2 G^2 + \dots \right] \Phi_0, \quad (2.55)$$

onde o gerador $G \in SU(2)_L \times U(1)_Y$, deixa invariante esse estado já que os geradores G aniquilam o estado de vácuo (2.54) trivialmente $G\Phi_0 = 0$, resultando em $\Phi'_0 = \Phi_0$. Como temos para o caso $\mu^2 > 0$ só um estado de menor energia, a QES não pode ocorrer já que

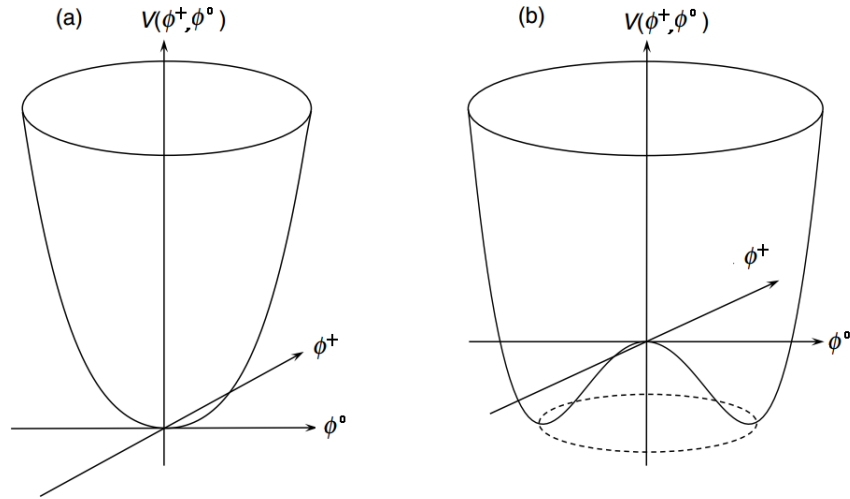


Figura 1 – Potencial V para os casos (a) $\mu^2 > 0$ e (b) $\mu^2 < 0$.

esse processo é relevante em uma teoria com estados de mínima energia degenerados.

Agora o caso $\mu^2 < 0$ é o caso onde acontece a QES. Vamos ver que o grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$ quebra para $U(1)_{EM}$, onde $U(1)_{EM}$ é o grupo de simetria de calibre das interações eletromagnéticas, associado com a conservação da carga elétrica. Vamos reescrever o potencial V como

$$V(x) = \lambda \left[\Phi^\dagger(x) \Phi(x) + \frac{\mu^2}{2\lambda} \right]^2 - \lambda \left(\frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^2. \quad (2.56)$$

O potencial tem um conjunto infinito de mínimos para o seguinte valor constante do campo de Higgs

$$\Phi(x) = \Phi_0 = \begin{pmatrix} \phi_0^+ \\ \phi_0^0 \end{pmatrix} \quad \text{com} \quad \Phi_0^\dagger \Phi_0 = |\phi_0^+|^2 + |\phi_0^0|^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda}. \quad (2.57)$$

Graficamente é representado pelo círculo tracejado da [Figura 1b](#). Portanto podemos ver que o estado de vácuo físico corresponde a um ponto particular desse círculo, ou seja, o estado de mínima energia não é único e a QES pode acontecer para valores arbitrários de ϕ_0^+ e ϕ_0^0 de modo que satisfaçam a condição da Eq. (2.57). Vamos escolher o caso mais simples

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} \phi_0^+ \\ \phi_0^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}, \quad (2.58)$$

onde foi definido o parâmetro v como

$$v \equiv \sqrt{-\frac{\mu^2}{\lambda}}, \quad (2.59)$$

o qual é o VEV do campo de Higgs⁵ (2.48). A simetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$ é quebrada espontaneamente por o campo Φ_0 , caracterizando o estado de vácuo. Isso pode ser comprovado explicitamente através da Eq. (2.55) usando os geradores $G = \{T_1, T_2, T_3, Y\}$ do grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \xrightarrow{\text{Quebrado}} \begin{cases} T_1 \Phi_0 = \frac{\tau_1}{2} \Phi_0 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ T_2 \Phi_0 = \frac{\tau_2}{2} \Phi_0 = \frac{-i}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ T_3 \Phi_0 = \frac{\tau_3}{2} \Phi_0 = \frac{-1}{2\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \\ 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ Y \Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} Y \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{cases} \quad (2.60)$$

Portanto, o vácuo não é invariante pelo grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$. O grupo eletromagnético $U(1)_{EM}$ não é quebrado

$$Q\Phi_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(I_3 + \frac{Y}{2} \right) \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.61)$$

assim,

$$\Phi'_0 = U\Phi_0 = e^{i\alpha Q}\Phi_0 = \Phi_0. \quad (2.62)$$

A invariância (2.62) garante a conservação da carga elétrica assim como a existência de um bóson de calibre sem massa associado com a simetria $U(1)_{EM}$, identificado como o fóton.

Logo de caracterizar o estado de vácuo (2.58) através da QES, vamos ver o que acontece ao redor desse estado de vácuo. Da teoria quântica de campos, sabemos que

⁵ O campo de Higgs tem um valor esperado do vácuo v de aproximadamente 246GeV [22].

excitações de um campo quântico descrevem estados de partículas. Excitações do campo Φ podem ser obtidas considerando perturbações ao redor do estado de vácuo Φ_0 , ou seja

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_1(x) + i\phi_2(x) \\ v + h(x) + i\phi_3(x) \end{pmatrix}, \quad (2.63)$$

onde claramente $\langle 0 | \Phi | 0 \rangle = \Phi_0$ já que, $\langle 0 | \phi_1 | 0 \rangle = \langle 0 | \phi_2 | 0 \rangle = \langle 0 | \phi_3 | 0 \rangle = \langle 0 | h | 0 \rangle = 0$. Portanto, se diz que $\Phi(x)$ adquire um VEV diferente de zero. É conveniente escrever o campo $\Phi(x)$ da Eq. (2.63) como

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{i}{v} \phi(x)_a T^a} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}. \quad (2.64)$$

Pode-se mostrar que os campos $\phi(x)_a$ descrevem bósons escalares sem massa (não físicos) conhecidos como Bósons Nambu-Goldstone⁶. Para obter uma teoria livre de bósons de Nambu-Goldstone, podemos fazer a seguinte rotação

$$\alpha(x)_a = -\frac{\phi(x)_a}{gv}, \quad \varsigma(x) = 0, \quad (2.65)$$

na transformação de calibre (2.51). A redefinição de calibre (2.65) é conhecida como calibre unitário já que faz com que apenas estados físicos apareçam na teoria. Substituindo a Eq. (2.64) na Eq. (2.51) e levando em conta as redefinições (2.65) obtemos

$$\Phi'(x) = e^{-\frac{i}{v} \phi(x)_a T^a} \Phi(x) = e^{-\frac{i}{v} \phi(x)_a T^a} \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{i}{v} \phi(x)_a T^a} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}; \quad (2.66)$$

$$\Phi'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}, \quad (2.67)$$

onde h é o Bóson de Higgs. Agora substituindo a Eq. (2.67) na Eq. (2.49) e levando em conta as Eqs. (2.16) e (2.17), podemos escrever a lagrangiana $\mathcal{L}_{Escalar}$ só em termos de campos físicos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Escalar} &= \frac{1}{2} (\partial_\mu h) (\partial^\mu h) - \lambda v^2 h^2 - \lambda v h^3 - \frac{\lambda}{4} h^4 \\ &+ \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2 v^2}{8C_W^2} Z_\mu Z^\mu \\ &+ \frac{g^2 v}{4} W_\mu^\dagger W^\mu h + \frac{g^2 v}{4C_W^2} Z_\mu Z^\mu h + \frac{g^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu h^2 + \frac{g^2}{8C_W^2} Z_\mu Z^\mu h^2. \end{aligned} \quad (2.68)$$

⁶ Os bósons de Nambu-Goldstone são bósons que aparecem em teorias com QES associados aos geradores da simetria quebrada.

Portanto através da QES no Mecanismo de Higgs, é gerado um bóson escalar massivo h , termos de massa para os bósons W^\pm, Z^0 e termos de interação dos bósons W^\pm e Z^0 com o Higgs h . A primeira linha da lagrangiana (2.68) descreve a física do bóson de Higgs h . Ela contém a cinética do bóson, um termo de massa e termos de auto-interação. Então, a massa do bóson de Higgs h é

$$m_h = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2}. \quad (2.69)$$

A segunda linha representa os termos de massa para os bósons W^\pm e Z^0 , e a última linha representa os termos de interação entre os bósons W^\pm, Z^0 e o higgs h . Comparando a segunda linha da Eq. (2.68) com a Eq. (2.47) podemos obter as massas para os bósons W^\pm e Z^0

$$m_W = \frac{gv}{2}; \quad m_Z = \frac{gv}{2C_W}. \quad (2.70)$$

Como μ^2 é um parâmetro introduzido no MP, seu valor não pode ser determinado usando outras quantidades já conhecidas. Portanto o MP não dá uma predição da massa para o bóson de Higgs e deve ser medida experimentalmente. O valor encontrado pelo CMS foi $125.3 \pm 0.4 (estat.) \pm 0.4 (sis.) GeV$ [24, 25]. Um cenário diferente ocorre com as massas para os bósons W^\pm e Z^0 , pois pode-se mostrar que a Eq. (2.70) pode ser expressada em termos de quantidades já conhecidas [23]

$$m_W = \sqrt{\frac{\alpha\pi}{G_F\sqrt{2}}} \frac{1}{\text{Sin}\theta_W}, \quad m_Z = 2\sqrt{\frac{\alpha\pi}{G_F\sqrt{2}}} \frac{1}{\text{Sin}2\theta_W}, \quad (2.71)$$

onde α é a constante de estrutura fina e G_F é a constante de Fermi. Portanto o MP prevê as massas dos bósons W^\pm e Z^0 como sendo $m_W = 77.5 GeV$ e $m_Z = 88.4 GeV$. Os valores estão muito próximos dos valores experimentais $m_W = 80.398 \pm 0.023 GeV$ e $m_Z = 91.1876 \pm 0.0021 GeV$ [22], já que nas Eqs. (2.71) não foi levado em conta correções radiativas.

2.4 Setor de Yukawa

No Mecanismo de Higgs os bósons W^\pm e Z^0 ganham massa após de “engolirem” os bósons de Nambu-Goldstone através da redefinição de calibre (2.65). Os férmions ganham massa interagindo com o campo de Higgs através da seguinte interação de Yukawa invariante sob $SU(2)_L \times U(1)_Y$

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -Y'^l_{\alpha\beta} \overline{L}'_{\alpha L} \Phi l'_{\beta R} - Y'^D_{\alpha\beta} \overline{Q}'_{\alpha L} \Phi d'_{\beta R} - Y'^U_{\alpha\beta} \overline{Q}'_{\alpha L} \tilde{\Phi} u'_{\beta R} + h.c., \quad (2.72)$$

onde Y'^l , Y'^D e Y'^U são matrizes de Yukawa em geral complexas de dimensão 3×3 . $L'_{\alpha L}$, $l'_{\beta R}$ são dados pelas Eqs. (2.4) e (2.5), e $Q'_{\alpha L}$, $d'_{\beta R}$, $u'_{\beta R}$ são dados por as Eqs. (2.6) e (2.7). Foi usado o sobrescrito “ ’ ” para etiquetar campos fermiônicos sem massa definida. O campo $\tilde{\Phi}$ é definido como

$$\tilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi^*, \quad (2.73)$$

onde $\tilde{\Phi}$ transforma sob $SU(2)_L \times U(1)_Y$ do mesmo jeito que Φ [23]. Usando Φ no calibre unitário (2.67), a Eq. (2.72) fica

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -\frac{(v+h)}{\sqrt{2}} \left(\overline{l}'_L Y'^l l'_R + \overline{q}'^D_L Y'^D q'^D_R + \overline{q}'^U_L Y'^U q'^U_R \right) + h.c., \quad (2.74)$$

onde foi definido

$$l'_{L,R} = \begin{pmatrix} l'_e \\ l'_\mu \\ l'_\tau \end{pmatrix}_{L,R}, \quad q'^D_{L,R} = \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix}_{L,R}, \quad q'^U_{L,R} = \begin{pmatrix} u' \\ c' \\ t' \end{pmatrix}_{L,R}. \quad (2.75)$$

Diagonalizando as matrizes Y'^l , Y'^D e Y'^U através das seguintes transformações biunitárias

$$Transf. \text{ Biunitrias} \rightarrow \begin{cases} Y^l = V_L^{l\dagger} Y'^l V_R^l & ; & Y_{\alpha\beta}^l = y_\alpha^l \delta_{\alpha\beta} \\ Y^D = V_L^{D\dagger} Y'^D V_R^D & ; & Y_{\alpha\beta}^D = y_\alpha^D \delta_{\alpha\beta} \\ Y^U = V_L^{U\dagger} Y'^U V_R^U & ; & Y_{\alpha\beta}^U = y_\alpha^U \delta_{\alpha\beta} \end{cases}, \quad (2.76)$$

obtemos

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -\frac{(v+h)}{\sqrt{2}} \left(\overline{l}_L Y^l l_R + \overline{q}_L^D Y^D q_R^D + \overline{q}_L^U Y^U q_R^U \right) + h.c. \quad (2.77)$$

onde

$$l'_{L,R} = V_{L,R}^l l_{L,R}, \quad q'^D_{L,R} = V_{L,R}^D q_{L,R}^D, \quad q'^U_{L,R} = V_{L,R}^U q_{L,R}^U, \quad (2.78)$$

$l_{L,R}$, $q_{L,R}^D$ e $q_{L,R}^U$ são componentes de mão esquerda e direita de férmions com massa definida. Levando em conta as Eqs. (2.8) e (2.76), a Eq.(2.77) fica

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = -m_\alpha^l \overline{l}_\alpha l_\alpha - m_\alpha^D \overline{d}_\alpha d_\alpha - m_\alpha^U \overline{u}_\alpha u_\alpha - \frac{m_\alpha^l}{v} \overline{l}_\alpha l_\alpha h - \frac{m_\alpha^D}{v} \overline{d}_\alpha d_\alpha h - \frac{m_\alpha^U}{v} \overline{u}_\alpha u_\alpha h, \quad (2.79)$$

onde os três primeiros termos são termos de massa do tipo (2.46) para os léptons carregados, quarks de tipo down e quarks de tipo up. As massas dos férmions carregados são

$$m_\alpha^l = \frac{y_\alpha^l v}{\sqrt{2}}; \quad m_\alpha^D = \frac{y_\alpha^D v}{\sqrt{2}}; \quad m_\alpha^U = \frac{y_\alpha^U v}{\sqrt{2}}. \quad (2.80)$$

Os parâmetros y_α^l , y_α^D e y_α^U devem ser medidos experimentalmente. Os três últimos termos da Eq. (2.79) descrevem o acoplamento dos léptons carregados, quarks de tipo up e quarks de tipo down com o bóson de Higgs.

É interessante analisar a consequência da redefinição dos campos (2.78) nas correntes carregadas e neutras dos léptons e quarks. As Eqs. (2.21) e (2.28) não são modificadas já que V_L^l e V_R^l são unitárias⁷.

Para os quarks, as correntes neutras da Eq. (2.38) não são modificadas. Porém, a corrente carregada fica

$$j_{W,Q}^\mu = 2\overline{q_L^U} \gamma^\mu q_L^D = 2\overline{q_L^U} \gamma^\mu V_{CKM} q_L^D, \quad (2.81)$$

onde $V_{CKM} = V_L^{U\dagger} V_L^D$ é a matriz de mistura Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) [22].

A matriz V_{CKM} explica os diferentes acoplamentos que foram encontrados para vértices de correntes carregadas, por exemplo, em vértices ud e us onde a taxa de decaimento medida para $K^- (u\bar{s}) \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ em comparação com $\pi^- (u\bar{d}) \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$, é 20 vezes menor que o esperado para o acoplamento fraco universal dos quarks [26]. Isso foi explicado com a hipóteses de Cabibbo, onde as interações fracas dos quarks têm a mesma intensidade que os léptons, porém os autoestados de sabor são diferentes dos autoestados de massa. A relação entre autoestados de sabor e autoestados de massa é dada pela matriz V_{CKM} . Na parametrização estândar é

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix},$$

onde $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ e $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$.

⁷ No MP é assumido que os campos dos neutrinos transformam pela mesma matriz de transformação dos léptons carregados. Portanto no MP os campos de sabor dos neutrinos também são autoestados de massa. No entanto, como vamos mostrar mais tarde, os neutrinos são massivos e os autoestados de sabor não são autoestados de massa.

3 Neutrinos Massivos

Neste capítulo vamos discutir rapidamente os três principais experimentos que levaram à conclusão de que os neutrinos têm massa [27]. Após esta introdução, vamos discorrer sobre o termo de massa mais geral possível que permite determinar as quatro propriedades fundamentais dos neutrinos: as massas, a mistura, a natureza (se são de Dirac ou Majorana), e o número de neutrinos massivos e estéreis. Em seguida, vamos falar sobre os aspectos mais importantes do Mecanismo Seesaw Tipo I (MSSI) para depois estudar o Mecanismo Seesaw Inverso (MSSIInv), e obter as massas dos neutrinos e autoestados de sabor que entram nas correntes carregadas e neutras como uma superposição de nove autoestados de massa. Finalmente vamos implementar o MSSIInv no modelo 331 com neutrinos de mão direita, também denominado 331_{ν_R} e obteremos a lagrangiana de corrente neutra que descreve a interação dos bósons Z' e Z^0 com os neutrinos pesados.

3.1 Evidência experimental da massa dos neutrinos

Até os anos 90, as observações descreviam duas características dos neutrinos: eles possuem três diferentes sabores e suas massas eram nulas. Por outro lado, também era sabido que a fusão nuclear no Sol produz ao redor de $2 \times 10^{38} \nu_e/s$ (neutrinos do elétron cada segundo) [1, 2]. Como é mostrado na Figura 2, o principal processo que produz neutrinos do elétron é a fusão de átomos de Hidrogênio (ciclo pp).

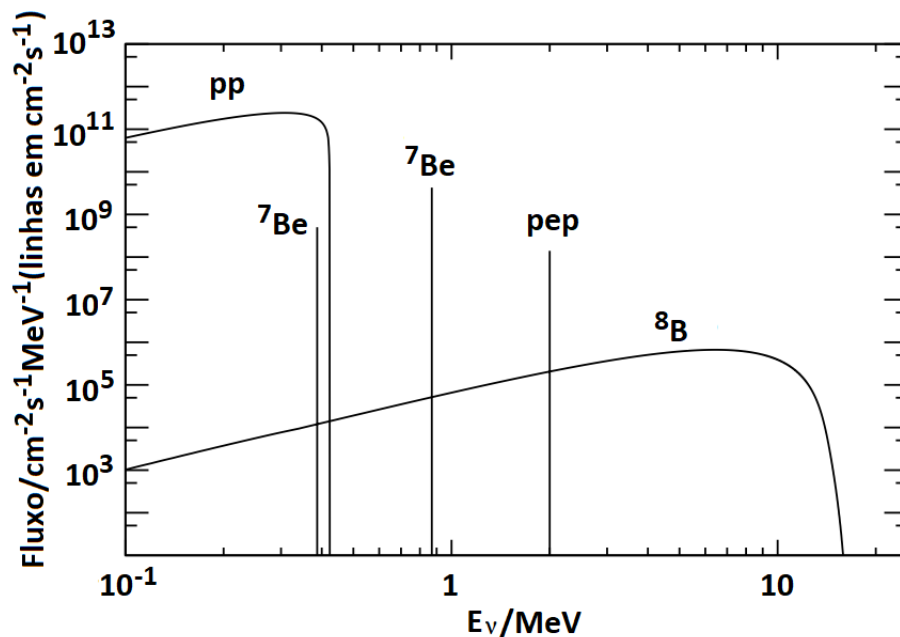


Figura 2 – Espectro de energia de neutrinos do elétron produzidos no Sol [1, 2].

Apesar desse fluxo ser considerável, os neutrinos produzidos são de baixa energia e difíceis de detectar. A maior parte dos experimentos de detecção de neutrinos procuram neutrinos de alta energia. Os neutrinos com a energia mais alta que vêm do Sol (até 15MeV com fluxo baixo), são produzidos no decaimento β do ${}^8\text{B}$. Diferentes experimentos de detecção desses neutrinos reportaram anomalias nas taxas de interação [28]. Vamos agora discutir rapidamente os três experimentos mais importantes: Homestake, Super-Kamiokande e SNO.

3.1.1 Experimento Homestake

O experimento é constituído de um tanque (ver Figura 3) de 610 toneladas de percloroetileno (C_2Cl_4) a mais de 1400 metros de profundidade. Técnicas radioquímicas foram utilizados na mina Homestake em Dakota do Sul-EUA, para medir o fluxo de neutrinos solares.



Figura 3 – Experimento Homestake [29].

O líquido contém 2.17×10^{30} átomos de Clorina-37 que ao interagirem com um neutrino do elétron se tornam isótopos do Argônio-37 ($\nu_e + {}^{37}_{17}\text{Cl} \rightarrow {}^{37}_{18}\text{Ar} + e^-$), que pode ser extraído e contado. O valor esperado era 1.7 interações/dia, porém, a taxa média observada de interações foi 0.49 ± 0.03 interações/dia [30]. Esse déficit de neutrinos solares foi conhecido como o problema dos neutrinos solares. Outros experimentos como GALLEX [31] e SAGE [32] observaram o mesmo déficit.

3.1.2 Experimento Super-Kamiokande

O experimento consiste de 50000 toneladas de água pura rodeada por cerca de 11200 tubos fotomultiplicadores (ver Figura 4). O Super-Kamiokande detecta emissões de radiação Cherenkov¹ de elétrons relativísticos em interações de espalhamento elástico de neutrinos ($\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$).

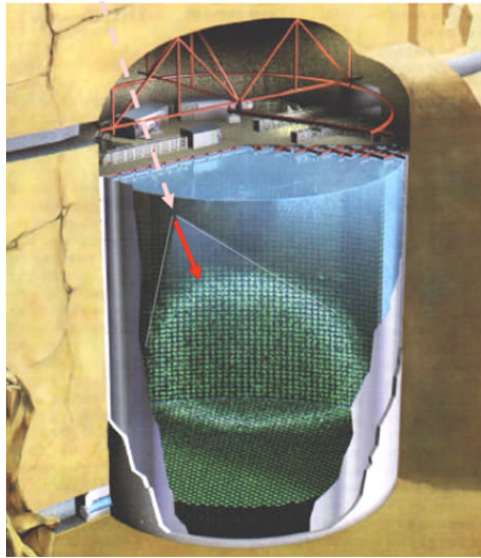


Figura 4 – Experimento Super-Kamiokande [29].

O experimento é sensível a neutrinos produzidos no decaimento beta do Boro-8 com energia $\sim 5\text{MeV}$. Durante o período de abril (1996) a Julho (2001), o Super-Kamiokande coletou 1678 dias úteis de dados observando neutrinos do Sol, da atmosfera da Terra e o feixe *long-baseline* de neutrinos do experimento K2K com alta eficiência [33]. Os resultados mostraram que o fluxo medido de neutrinos do elétron é aproximadamente a metade do fluxo esperado [34].

3.1.3 Experimento SNO

O experimento SNO consistiu de 1000 toneladas de óxido de deutério (D_2O) rodeado de 9600 fotomultiplicadoras (ver Figura 5). O experimento deu a resposta ao problema do neutrino solar pois foi projetado para medir o fluxo de neutrinos ν_e e o fluxo total de neutrinos do Sol.

Devido à energia de ligação do deutério, os neutrinos solares podem ser detectados em três diferentes processos: correntes carregadas (reações no deutério), correntes neutras e espalhamento elástico de elétrons. Os fluxos de neutrino do elétron $\phi(\nu_e)$, a soma

¹ Quando uma partícula carregada eletricamente atravessa um meio a uma velocidade v maior que a velocidade da luz neste meio, a partícula emite radiação eletromagnética conhecida como Radiação Cherenkov.

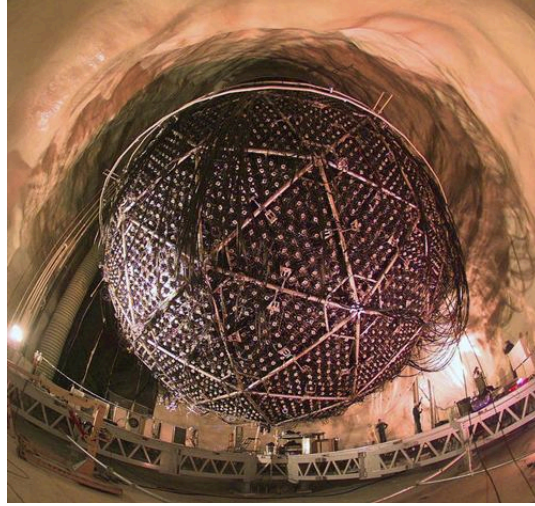


Figura 5 – Sudbury Neutrino Observatory (SNO) [29].

dos fluxos $\phi(\nu_\mu) + \phi(\nu_\tau)$ e o fluxo total $\phi(\nu_e)_{pred}$ foram medidos em cada processo, respectivamente. O experimento produziu os seguintes resultados [1, 35]

$$\phi(\nu_e) = (1.75 \pm 0.07) \times 10^{-6} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1};$$

$$\phi(\nu_\mu) + \phi(\nu_\tau) = (3.69 \pm 1.13) \times 10^{-6} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}.$$

Já o fluxo total de neutrinos ativos do Boro-8 é

$$\phi(\nu_e)_{pred} = (5.44 \pm 0.99) \times 10^{-6} \text{cm}^{-2} \text{s}^{-1},$$

o qual é um valor muito próximo das previsões de modelos solares. Analisando os dados, é evidente que o fluxo total de neutrinos do elétron não é só de neutrinos do elétron $\phi(\nu_e)_{pred} \neq \phi(\nu_e)$, mas sim composto pela soma de fluxos de neutrinos de outros sabores, ou seja, $\phi(\nu_e)_{pred} \approx \phi(\nu_e) + \phi(\nu_\mu) + \phi(\nu_\tau)$. Isso é uma clara evidência da existência de transições entre sabores de neutrinos através de grandes distâncias.

As anomalias observadas nos anteriores experimentos são explicadas pelo fenômeno conhecido como oscilações de neutrinos: um neutrino é produzido no Sol no estado de sabor ν_e e se propaga como uma superposição quântica de autoestados de massa ν_1 , ν_2 e ν_3 , para mais tarde ser detectado na Terra em um autoestado de sabor diferente. Para que ocorra o fenômeno de oscilação, deve existir uma diferença de massa entre os neutrinos. Portanto há evidências claras de que os neutrinos são partículas massivas.

Até os dias atuais, diferentes experimentos de oscilações de neutrinos conseguiram medir cinco parâmetros de oscilação: duas diferenças quadradas de massa, dois ângulos de mistura e uma fase [36], são eles

$$\frac{\Delta m_{21}^2}{10^{-5} eV^2} = 7.39_{-0.20}^{+0.21};$$

$$\frac{\Delta m_{31}^2}{10^{-3} eV^2} = 2.523_{-0.030}^{+0.032};$$

$$\sin^2(\theta_{23}) = 0.558_{-0.033}^{+0.020};$$

$$\sin^2(\theta_{13}) = 0.02241_{-0.0065}^{+0.00066};$$

$$\delta_{CP}/^\circ = 222_{-28}^{+38}.$$

O fenômeno de oscilações de neutrinos e o problema da massa dos neutrinos não é contemplado no MP. Portanto, as oscilações de neutrinos marcam uma forte evidência de física além do modelo padrão.

3.2 Termo de Massa Dirac-Majorana

É um fato que os neutrinos têm massa e são de uma ordem de magnitude muito menor que as massas das outras partículas do MP. Além disso, sendo eletricamente neutros, são os únicos férmions que podem ser partículas de Majorana. Nesse caso não é possível que o mecanismo de Higgs seja o modo como os neutrinos ganham massa. A natureza de Majorana dos neutrinos poderia ser uma solução ao origem da pequena massa. O MP não contempla termos de massa para os neutrinos. Portanto é necessário um mecanismo, além do MP, que gere e explique a pequenez das massas dos neutrinos, como veremos mais tarde no Mecanismo Seesaw (MSS). Antes de falar sobre o MSS, vamos analisar rapidamente o termo de massa Dirac-Majorana, que é o termo de massa mais geral que pode ser construído para definir a massa, natureza, mistura e o número de neutrinos massivos e estéreis [37].

Vamos assumir que existe, além dos neutrinos ν_{lL} do MP, um número s de neutrinos de mão direita N_{jR} , onde $j = 1, 2, 3, \dots, s$. Podemos escrever o termo de massa invariante de Lorentz mais geral como

$$\mathcal{L}^{D+M} = \mathcal{L}^{Dirac} + \mathcal{L}_L^{Majorana} + \mathcal{L}_R^{Majorana}, \quad (3.1)$$

onde \mathcal{L}^{Dirac} é um termo de massa de Dirac do tipo (2.46), $\mathcal{L}_L^{Majorana}$ e $\mathcal{L}_R^{Majorana}$ são termos de massa de Majorana para campos de mão esquerda e direita, respectivamente. Os termos de Majorana não são invariantes sob transformações de fase global, portanto, o número leptônico total não é conservado. Cada um dos termos da Eq. (3.1) são definidos da seguinte maneira

$$\mathcal{L}^{Dirac} = -\overline{\nu_L} M^D N_R + h.c.; \quad (3.2)$$

$$\mathcal{L}_L^{Majorana} = -\frac{1}{2} \overline{(\nu_L)^C} M_L^M \nu_L + h.c.; \quad (3.3)$$

$$\mathcal{L}_R^{Majorana} = -\frac{1}{2} \overline{(N_R)^C} M_R^M N_R + h.c., \quad (3.4)$$

onde M^D é uma matriz complexa de dimensão $3 \times s$, M_L^M e M_R^M são matrizes simétricas complexas de dimensão 3×3 e $s \times s$ respectivamente, C denota conjugação de carga², definido como $\psi^C = C\overline{\psi}^T$ onde $C = i\gamma^0\gamma^2$ e T denota transposto. Os campos de sabor ν_{lL} e campos de sabor estéreis N_{jR} são

$$\nu_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix}_L, \quad N_R = \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_3 \\ \vdots \\ N_s \end{pmatrix}_R. \quad (3.5)$$

Ao considerarmos a base

$$n_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ (N^C)_L \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

o termo de massa Dirac-Majorana da Eq. (3.1) pode ser escrito como

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\frac{1}{2} \overline{(n_L)^C} M^{D+M} n_L + h.c., \quad (3.7)$$

onde

$$M^{D+M} = \begin{pmatrix} M_L^M & M^{DT} \\ M^D & M_R^M \end{pmatrix}. \quad (3.8)$$

² A conjugação de carga basicamente substitui a partícula pela antipartícula correspondente.

Para escrever a Eq. (3.1) na forma (3.7) foi necessário utilizar a seguinte relação $\overline{N_R} M^D \nu_L = \overline{(\nu_L)^C} (M^D)^T (N_R)^C$. A matriz M^{D+M} é simétrica e pode ser diagonalizada como

$$m = V^T M^{D+M} V, \quad (3.9)$$

onde $m_{ij} = m_i \delta_{ij}$ e V é uma matriz de transformação unitária $(3+s) \times (3+s)$. Levando em conta a Eq. (3.9) e as relações $\overline{n_L} V = \overline{V^\dagger n_L}$ e $V^T (n_L)^C = (V^\dagger n_L)^C$, a Eq. (3.7) fica

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\frac{1}{2} \overline{\nu^M_L} m \nu^M_L = -\frac{1}{2} m_i \overline{\nu_i} \nu_i, \quad (3.10)$$

onde

$$\nu^M = \nu^M_L + (\nu^M_L)^C = \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \vdots \\ \nu_{3+s} \end{pmatrix}; \quad (3.11)$$

$$\nu^M_L = V^\dagger n_L. \quad (3.12)$$

Da Eq. (3.11) podemos extrair a condição de Majorana $(\nu^M)^C = \nu^M$ ou $(\nu_i)^C = \nu_i$, onde é evidente que ν^M (ou ν_i) descrevem férmions de Majorana. É por isso que usamos o sobrescrito M sobre o campo ν para indicar neutrino de Majorana. Portanto a diagonalização da matriz de massa (3.8) na Eq. (3.7) produz neutrinos de Majorana com massa definida. Agora substituindo a Eq. (3.6) na Eq. (3.12) podemos separar as diferentes misturas do seguinte modo

$$\nu_{iL} = \sum_{i=1}^{3+s} V_{li} \nu_{iL} \quad ; \quad (N_j^C)_L = \sum_{i=1}^{3+s} V_{ji} \nu_{iL}. \quad (3.13)$$

No caso de termos de massa de Dirac-Majorana, os campos de sabor ν_{iL} e campos de sabor estéreis $(N_j^C)_L$ são misturas de $3+s$ campos de Majorana ν_i de mão esquerda com massas m_i .

Na seguinte subseção vamos nos concentrar brevemente nos principais aspectos do Mecanismo Seesaw Tipo I (MSSI). Uma das principais motivações para estudar o MSSI é a forma simples e elegante de dar explicação à pequena massa dos neutrinos através de um processo que conecta de forma natural com o termo de massa \mathcal{L}^{D+M} discutido nesta seção, além de que serve de base para estudar o Mecanismo Seesaw Inverso.

3.2.1 Mecanismo Seesaw Tipo I

O Mecanismo Seesaw Tipo I (MSSI) conecta a pequenez das massas dos neutrinos com nova física de violação de número leptônico em uma escala de energia muito maior que a escala eletrofraca $v \approx 246 \text{ GeV}$ [38–41]. Para realizar o MSSI, vamos assumir a existência de três campos de mão direita N_{jR} . Esses novos campos são eletricamente neutros e singletos de $SU(2)_L$ com hipercarga nula. Por conseguinte, a lagrangiana de nova física \mathcal{L}_{NF} da Eq. (1.1) deve conter a parte cinética e interações de Yukawa desses novos campos [42], deste modo, temos

$$\mathcal{L}_{NF} \supset \mathcal{L}_{Cinética}^{N_R} + \mathcal{L}_{Yukawa}^{N_R}, \quad (3.14)$$

onde

$$\mathcal{L}_{Cinética}^{N_R} = i \overline{N_R^j} \not{\partial} N_R^j; \quad (3.15)$$

$$\mathcal{L}_{Yukawa}^{N_R} = -Y_{ij}^\nu \overline{L_{iL}} \tilde{\Phi} N_{jR} - Y_{ji}^{\nu*} \overline{N_{jR}} \tilde{\Phi}^\dagger L_{iL} + \mathcal{L}_Y^{N_R}, \quad (3.16)$$

onde $\mathcal{L}_Y^{N_R}$ é uma lagrangiana de Yukawa que, após da QES, gera termos de massa de tipo Majorana para os campos N_R . Para construir o Seesaw vamos assumir que [37]:

1. Não há termos de massa de Majorana para campos de mão esquerda. Portanto vamos fazer $\mathcal{L}_L^{Majorana} = 0$ na Eq. (3.1).
2. O número leptônico é violado em uma escala de energia que é muito maior que a escala eletrofraca, ou seja, vamos considerar $M_M^R \gg M^D$ na Eq. (3.1).

Levando em consideração as premissas anteriores, após a QES eletrofraca, os dois primeiros termos da Eq. (3.16) geram um termo de massa de Dirac. O segundo termo $\mathcal{L}_Y^{N_R}$ é quebrado em uma escala de energia Λ (escala que caracteriza a violação do número leptônico), muito maior que a escala eletrofraca, produzindo um termo de massa de Majorana para campos de mão direita. Portanto, após a QES, a lagrangiana (3.16) produz o seguinte termo de massa de Dirac-Majorana

$$\mathcal{L}^{D+M} = \overline{\nu_L} M^D N_R - \frac{1}{2} \overline{(N_R)^C} M_R^M N_R + h.c., \quad (3.17)$$

onde \mathcal{L}^{D+M} pode-se escrever da forma (3.6), onde

$$M^{D+M} = \begin{pmatrix} 0 & M^{DT} \\ M^D & M_R^M \end{pmatrix}. \quad (3.18)$$

Se $M_M^R \gg M^D$, um método para desacoplar as matrizes de massa dos neutrinos leves e pesados pode ser desenvolvido através da diagonalização por blocos [43, 44], onde consideramos em primeira aproximação que

$$W^T M^{D+M} W \approx \begin{pmatrix} M_{leves} & 0 \\ 0 & M_{pesados} \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

com

$$W \simeq \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}(M^D)^\dagger \left[M_R^M (M_R^M)^\dagger \right]^{-1} M^D & (M^D)^\dagger \left[(M_R^M)^\dagger \right]^{-1} \\ - (M_R^M)^{-1} M^D & 1 - \frac{1}{2}(M_R^M)^{-1} M^D (M^D)^\dagger \left[(M_R^M)^\dagger \right]^{-1} \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

Substituindo a Eq. (3.20) na Eq. (3.19) obtemos

$$M_{leves} \approx - (M^D)^T (M_R^M)^{-1} M^D; \quad (3.21)$$

$$M_{pesados} \approx M_R^M. \quad (3.22)$$

Os valores das massas dos neutrinos pesados são os autovalores da matriz M_R^M , enquanto que as massas para os neutrinos leves são os autovalores da matriz M_{leves} . A matriz de massa M_R^M é proporcional à escala $\Lambda \sim 10^{14} GeV$ das TGU (Teorias da grande unificação), enquanto M^D é da ordem da escala eletrofraca v . Portanto a relação de massas da Eq. (3.21) permite ver o *Seesawing* ou Gangorra, onde as massas dos neutrinos leves são suprimidas por um fator proporcional a $(M_R^M)^{-1}$, ou em função dos VEV, $m_\nu = v^2/\Lambda$, garantindo a pequenez das massas dos neutrinos, já que $M_R^M \gg M^D$ (ou $\Lambda \gg v$). Como as massas dos campos que foram introduzidos são muito maiores que a escala eletrofraca v , eles não podem ser produzidos em aceleradores de partículas modernos. Portanto, na próxima seção, falaremos sobre o Mecanismo Seesaw Inverso (MSSI), onde o mecanismo permite que os neutrinos ganhem massa através de nova física em uma escala de energia muito menor à escala das TGU.

3.3 Mecanismo Seesaw Inverso

Na seção anterior vimos que o fundamento principal do MSSI é a violação do número leptônico que acontece a uma escala de energia da ordem das TGU ($\sim 10^{14} GeV$), permitindo que os neutrinos ganhem massa através da fórmula $m_\nu = v^2/\Lambda$, onde $\Lambda \gg v$. Portanto, o MSSI não é fenomenologicamente testável. Nesta seção falaremos sobre o Mecanismo Seesaw Inverso (MSSI), o qual é uma realização totalmente oposta do

MSSI, onde agora os neutrinos ganham massa na escala dos TeV e pode ser testado em experimentos no LHC [16–19].

Para implementar o MSSInv, assumiremos o cenário inverso ao MSSI: a violação explícita do número leptônico acontece em uma escala de energia muito menor que a escala eletrofraca. No MSSInv, além dos três neutrinos ν_{iL} do MP, existem seis campos neutros singletos pelo grupo de simetria do MP: três férmions neutros N_{iR} e três neutrinos de mão direita ν_{iR} , onde $i = 1, 2, 3$. Portanto, após a QES, temos o seguinte termo de massa Dirac-Majorana

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\bar{\nu}_L M^D \nu_R - \overline{(\nu^C)_L} M N_R - \frac{1}{2} \overline{(N_R)^C} \mu N_R + h.c., \quad (3.23)$$

onde as matrizes de massa de Dirac M^D e M são, em geral, complexas de dimensão 3×3 e μ é uma matriz de massa de Majorana simétrica e complexa de dimensão 3×3 . Sem perda de generalidade, consideremos que existe a hierarquia $\mu \ll M^D \ll M$ para as escalas de massa. Usando a seguinte base

$$n_L = \begin{pmatrix} \nu_L \\ (\nu^C)_L \\ (N^C)_L \end{pmatrix}, \quad (3.24)$$

podemos escrever a Eq. (3.23) na forma

$$\mathcal{L}^{D+M} = -\frac{1}{2} \overline{(n_L)^C} M_\nu n_L + h.c., \quad (3.25)$$

onde

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 & M^{DT} & 0 \\ M^D & 0 & M^T \\ 0 & M & \mu \end{pmatrix}. \quad (3.26)$$

Para calcular os autovalores da matriz (3.26) é conveniente escrever a matriz como

$$M_{\nu 9 \times 9} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & \mathcal{M}_{D 3 \times 6}^T \\ \mathcal{M}_{D 6 \times 3} & \mathcal{M}_{R 6 \times 6} \end{pmatrix}, \quad (3.27)$$

onde

$$\mathcal{M}_{D 6 \times 3} = \begin{pmatrix} M^D_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \end{pmatrix}; \quad (3.28)$$

$$\mathcal{M}_{R6 \times 6} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & M_{3 \times 3}^T \\ M_{3 \times 3} & \mu_{3 \times 3} \end{pmatrix}. \quad (3.29)$$

A matriz (3.27) tem a mesma forma da matriz (3.18), é uma matriz simétrica e pode ser diagonalizada por blocos através da transformação

$$W^T M_\nu W \approx \begin{pmatrix} M_{leves} & 0 \\ 0 & M_{pesados} \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

No Apêndice A incluímos o processo de diagonalização da matriz (3.27), resultando nas seguintes matrizes de massas para os neutrinos leves e pesados

$$M_{leves} \approx -\mathcal{M}_D^T \mathcal{M}_R^{-1} \mathcal{M}_D; \quad (3.31)$$

$$M_{pesados} \approx \mathcal{M}_R. \quad (3.32)$$

Substituindo as Eqs. (3.28) e (3.29) na Eq. (3.31) obtemos

$$M_{leves} = M^{D^T} M^{-1} \mu (M^T)^{-1} M^D. \quad (3.33)$$

Dado que existe a hierarquia $\mu \ll M^D \ll M$, a massa dos neutrinos leves é suprimida duas vezes por M . Se consideramos, por exemplo, M da ordem dos TeV, M^D da ordem dos GeV e μ da ordem dos keV obtemos a massa esperada para os neutrinos leves. Portanto o MSSInv oferece um panorama fenomenologicamente melhor que o MSS, pois uma escala de energia dos TeV torna possível a produção dos novos neutrinos, já que o LHC atualmente tem uma energia pico de $13TeV$.

Agora, o próximo passo seria procurar um modelo onde após a QES, gere a lagrangiana \mathcal{L}^{D+M} da Eq. (3.23). Nesta dissertação vamos mostrar que o modelo 331_{ν_R} oferece uma estrutura apropriada para a implementação do MSSInv [16, 17].

3.4 Implementação do Mecanismo Seesaw Inverso no modelo 331_{ν_R}

O modelo onde implementaremos o MSSInv é o modelo 331 com neutrinos de mão direita, onde o grupo de simetria do MP, $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$, é estendido para $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_N$. Neste trabalho não vamos dissertar sobre o modelo 331. Porém vamos mencionar brevemente algumas questões importantes e necessárias.

Vamos considerar o seguinte conteúdo leptônico no modelo 331_{ν_R}

$$L_{aL} = \begin{pmatrix} \nu_a \\ l_a \\ \nu_a^C \end{pmatrix}_L \sim \left(1, 3, -\frac{1}{3}\right); \quad (3.34)$$

$$l_R^a \sim (1, 1, -1), \quad N_R^a \sim (1, 1, 0), \quad (3.35)$$

onde $a = 1, 2, 3$. Os números entre os parêntesis se referem a como eles transformam por $SU(3)_c$, $SU(3)_L$ e $U(1)_N$. Neste modelo o grupo de simetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$ é estendido para uma dimensão maior $SU(3)_L \times U(1)_N$. Dentro deste modelo a QES acontece em duas etapas: a primeira delas é quando $SU(3)_C \times SU(3)_L \times U(1)_N$ quebra para $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. A segunda quebra é quando a simetria $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ quebra para $SU(3)_C \times U(1)_{EM}$.

Portanto para gerar massa a todos os férmions e realizar de maneira adequada as quebras $3 - 3 - 1 \rightarrow 3 - 2 - 1 \rightarrow 3 - 1$ devemos considerar o seguinte conteúdo escalar

$$\eta = \begin{pmatrix} \eta^0 \\ \eta^- \\ \eta'^0 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} \chi^0 \\ \chi^- \\ \chi'^0 \end{pmatrix}, \quad \rho = \begin{pmatrix} \rho^+ \\ \rho^0 \\ \rho'^+ \end{pmatrix}, \quad (3.36)$$

com $\eta, \chi \sim \left(1, 3, -\frac{1}{3}\right)$ e $\rho \sim \left(1, 3, \frac{2}{3}\right)$. A lagrangiana de Yukawa do modelo 331_{ν_R} que permite a implementação do MSSInv é

$$\mathcal{L}_{MSSInv}^Y = -G_{ab}\epsilon_{ijk}\overline{(L_{aL})_i^C}\rho_j^*(L_{bL})_k - G'_{ab}\overline{L_{aL}\chi}N_{bR} - \frac{1}{2}\overline{(N_R)^C}\mu N_R + h.c., \quad (3.37)$$

na qual G' e G são matrizes de Yukawa. Seguindo um procedimento de QES semelhante ao descrito na [Seção 2.3](#), vamos assumir que os campos η^0 , ρ^0 e χ'^0 desenvolvem os seguintes VEV

$$\langle 0 | \chi'^0 | 0 \rangle = \frac{v_{\chi'}}{\sqrt{2}}, \quad \langle 0 | \rho^0 | 0 \rangle = \frac{v_\rho}{\sqrt{2}}, \quad \langle 0 | \eta^0 | 0 \rangle = \frac{v_\eta}{\sqrt{2}}. \quad (3.38)$$

A escala de energia $v_{\chi'}$ esta relacionada com a quebra da simetria $SU(3)_c \times SU(3)_L \times U(1)_N$ para $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ e pode-se esperar que esteja na escala dos TeV, levando a efeitos observáveis no LHC. As escalas de energia v_ρ e v_η estão relacionadas com a quebra da simetria eletrofraca $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$ para $SU(3)_c \times U(1)_{EM}$,

onde $v_\rho^2 + v_\eta^2 = v^2 = (246\text{GeV})^2$ ³. Portanto a partir da Eq. (3.37) obtemos a seguinte lagrangiana de massas

$$\mathcal{L}_{Massas} = -\overline{\nu_L} M^D \nu_R - \overline{(\nu^C)_L} M N_R - \frac{1}{2} \overline{(N_R)^C} \mu N_R + h.c., \quad (3.39)$$

onde

$$M = \frac{v_{\chi'}}{\sqrt{2}} G'; \quad (3.40)$$

$$M^D = \frac{v_\rho}{\sqrt{2}} G. \quad (3.41)$$

Como a lagrangiana \mathcal{L}_{Massas} da Eq. (3.39) é a mesma lagrangiana da Eq. (3.23), fica evidenciado que o modelo 331_{ν_R} permite a implementação do MSSInv. Como foi feito na Seção 3.3, podemos escrever a lagrangiana (3.39) na base $S_L = (\nu_L, (\nu^C)_L, (N^C)_L)$ como

$$\mathcal{L}_{Massas} = -\frac{1}{2} \overline{(S_L)^C} M_\nu S_L + h.c., \quad (3.42)$$

onde a matriz de massas M_ν é dada pela Eq. (3.26).

Uma consequência da ampliação do grupo de simetria é a obtenção de um número maior de bósons físicos (cinco bósons novos Z' , V^\pm , U^0 , $U^{0\dagger}$ além dos bósons do MP γ , Z^0 , W^\pm). Na seguinte subseção vamos só mencionar, através das novas interações de partículas do MP com os novos bósons, uma possível forma de produzir no LHC os novos neutrinos introduzidos anteriormente.

3.4.1 Interações neutras dos neutrinos no modelo 331_{ν_R}

É claro que ampliar o grupo de simetria produz novas interações entre as partículas do MP e os novos bósons. Entre as novas interações, podemos obter a interação dos neutrinos de mão esquerda e direita com o bóson Z' . Vamos escrever os autoestados de sabor em função dos autoestados de massa. Seja η_L um vetor de dimensão 9×1 cujas componentes são autoestados de neutrinos com massa definida

$$\eta_L = \begin{pmatrix} n^0 \\ n^1 \end{pmatrix}_L, \quad (3.43)$$

³ A escala de energia μ , característica da violação explícita do número leptônico, pode ser explicada nas referências [16, 17].

onde n_{iL}^0 são os três autoestados de massa dos neutrinos leves e n_{kL}^1 são os seis autoestados de massa dos neutrinos pesados, onde $i = 1, 2, 3$ e $k = 1, \dots, 6$. Então, a relação entre autoestados de sabor e autoestados de massa é

$$\begin{pmatrix} \nu \\ \zeta \end{pmatrix}_L = V \eta_L, \quad (3.44)$$

onde V é uma matriz unitária obtida através da diagonalização da matriz de massa (3.27) (ver Apêndice A) e $\zeta_L = \left((\nu^C)_L \quad (N^C)_L \right)^T$. Portanto, levando em conta as componentes da matriz de mistura (A.13), os autoestados de sabor ν_L e ζ_L que entram nas correntes neutras podem ser escritos em função dos autoestados de massa como

$$\begin{aligned} \nu_{aL} = & \left\{ U_{PMNS} - \frac{1}{2} (\mathcal{M}_D)^\dagger [\mathcal{M}_R (\mathcal{M}_R)^\dagger]^{-1} \mathcal{M}_D U_{PMNS} \right\}_{ai} n_{iL}^0 \\ & + \left\{ (\mathcal{M}_D)^\dagger [(\mathcal{M}_R)^\dagger]^{-1} U_R \right\}_{ak} n_{kL}^1; \end{aligned} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \zeta_{bL} = & \left\{ [-(\mathcal{M}_R)^{-1} \mathcal{M}_D] U_{PMNS} \right\}_{bi} n_{iL}^0 \\ & + \left\{ U_R - \frac{1}{2} (\mathcal{M}_R)^{-1} \mathcal{M}_D (\mathcal{M}_D)^\dagger [(\mathcal{M}_R)^\dagger]^{-1} U_R \right\}_{bk} n_{kL}^1, \end{aligned} \quad (3.46)$$

ou de forma simplificada

$$\nu_{aL} \approx (V_{\nu\nu})_{ai} n_{iL}^0 + (V_{\nu N})_{ak} n_{kL}^1; \quad (3.47)$$

$$\zeta_{bL} \approx (V_{N\nu})_{bi} n_{iL}^0 + (V_{NN})_{bk} n_{kL}^1. \quad (3.48)$$

Pode-se demonstrar que, no modelo 331_{ν_R} , as interações neutras dos neutrinos leves e pesados com os bósons Z (Z_1) e Z' (Z_2) são dadas pelas seguintes lagrangianas

$$\mathcal{L}_{Z^1\nu_L}^{331\nu_R} = -\frac{g}{2C_W} \left\{ \overline{\nu_L^a} \gamma^\mu \left[C_\phi + \frac{(1 - 2S_W^2)}{\sqrt{3 - 4S_W^2}} S_\phi \right] \nu_L^a \right\} Z_\mu^1; \quad (3.49)$$

$$\mathcal{L}_{Z^1\nu_R}^{331\nu_R} = -\frac{g}{2C_W} \left\{ (\overline{\zeta_R^a})^C \gamma^\mu \left[-\frac{2C_W^2 S_\phi}{\sqrt{3 - 4S_W^2}} \right] (\zeta_R^a)^C \right\} Z_\mu^1; \quad (3.50)$$

$$\mathcal{L}_{Z^2\nu_L}^{331\nu_R} = -\frac{g}{2C_W} \left\{ \overline{\nu_L^a} \gamma^\mu \left[-S_\phi + \frac{(1 - 2S_W^2)}{\sqrt{3 - 4S_W^2}} C_\phi \right] \nu_L^a \right\} Z_\mu^2; \quad (3.51)$$

$$\mathcal{L}_{Z^2\nu_L}^{331\nu_R} = -\frac{g}{2C_W} \left\{ \overline{(\zeta_R^a)^C} \gamma^\mu \left[-\frac{2C_W^2 C_\phi}{\sqrt{3-4S_W^2}} \right] (\zeta_R^a)^C \right\} Z_\mu^2, \quad (3.52)$$

onde ϕ é um ângulo de mistura que relaciona os campos físicos Z_μ^1 , Z_μ^2 e não físicos. Portanto, a partir das lagrangianas (3.51) e (3.52) podemos estudar a produção de neutrinos pesados no LHC sabendo como eles interatuam com o bóson Z' . Para isso seria, necessário conhecer a forma explicita a matriz de mistura V , pois ela entra nas interações (3.51) e (3.52) através das Eqs. (3.47) e (3.48). Nesta dissertação não vamos estudar a forma de produzir esses neutrinos. Porém, no próximo capítulo vamos nos centrar no cálculo das massas dos novos férmions e a matriz de mistura V através de um método numérico baseado no método de Monte Carlo.

4 Massas e Misturas de neutrinos

Neste capítulo vamos calcular as massas dos neutrinos pesados e conseqüentemente os elementos das matrizes de mistura que entram nas correntes carregadas e neutras através das Eqs. (3.47) e (3.48) usando um método baseado no método de Monte Carlo.

4.1 Método de Monte Carlo para o cálculo das massas e misturas dos neutrinos pesados

Reescrevendo a Eq. (3.33) em termos das matrizes de Yukawa G e G' e dos VEV a , v_ρ e $v_{\chi'}$ das Eqs. (3.40) e (3.41), obtemos

$$M_{leves} = a \left(\frac{v_\rho}{v_{\chi'}} \right)^2 G^T G'^{-1} (G'^T)^{-1} G, \quad (4.1)$$

onde μ foi considerada diagonal $\mu = aI$ com $a = 0.3keV$, $v_\rho = 174GeV$ e $v_{\chi'} = 5TeV$ [17]. Para nossos cálculos, vamos considerar a matriz G' simétrica diagonal e G antissimétrica, cujas representações explícitas são

$$G' = \begin{pmatrix} g'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & g'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g'_{33} \end{pmatrix}; \quad (4.2)$$

$$G = \begin{pmatrix} 0 & g_{12} & g_{13} \\ -g_{12} & 0 & g_{23} \\ -g_{13} & -g_{23} & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.3)$$

A diagonalização completa da matriz dos neutrinos leves (4.1) é feita através da matriz de mistura de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata U_{PMNS} [22] (ver Eq. (A.22)), resultando em

$$m_{diag} = U_{PMNS}^T M_{leves} U_{PMNS} = a \left(\frac{v_\rho}{v_{\chi'}} \right)^2 U_{PMNS}^T G^T G'^{-1} (G'^T)^{-1} G U_{PMNS}, \quad (4.4)$$

onde

$$m_{diag} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

Como o determinante da matriz (4.4) é zero, pelo menos um dos autovalores é nulo. Esse fato fixa os valores das massas para os neutrinos leves como $m_1 = 0$, $m_2 = 8.7 \times 10^{-3} eV$ e $m_3 = 4.8 \times 10^{-2} eV$. Definindo

$$F = G^T G'^{-1} (G'^T)^{-1} G, \quad (4.6)$$

a Eq. (4.4) fica

$$m_{diag} = a \left(\frac{v_\rho}{v_{\chi'}} \right)^2 U_{PMNS}^T F U_{PMNS}. \quad (4.7)$$

Se F é definido como

$$F = \begin{pmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{12} & F_{22} & F_{23} \\ F_{13} & F_{23} & F_{33} \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

a solução da Eq. (4.7) para F é

$$F = \begin{pmatrix} 0.0101 & 0.0186 & 0.0026 \\ 0.0186 & 0.0716 & 0.0573 \\ 0.0026 & 0.0573 & 0.0744 \end{pmatrix}. \quad (4.9)$$

Agora levando em conta as matrizes (4.2) e (4.3), os produtos na Eq. (4.6) ficam

$$F = \begin{pmatrix} \frac{g_{12}^2}{g'_{22}{}^2} + \frac{g_{13}^2}{g'_{33}{}^2} & \frac{g_{13}g_{23}}{g'_{33}{}^2} & -\frac{g_{12}g_{23}}{g'_{22}{}^2} \\ \frac{g_{13}g_{23}}{g'_{33}{}^2} & \frac{g_{12}^2}{g'_{11}{}^2} + \frac{g_{23}^2}{g'_{33}{}^2} & \frac{g_{12}g_{13}}{g'_{11}{}^2} \\ -\frac{g_{12}g_{23}}{g'_{22}{}^2} & \frac{g_{12}g_{13}}{g'_{11}{}^2} & \frac{g_{13}^2}{g'_{11}{}^2} + \frac{g_{23}^2}{g'_{22}{}^2} \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

ao combinarmos as equações (4.9) e (4.10), o problema vira um sistema de seis equações não lineares com seis incógnitas (as constantes de Yukawa g_{ij} e g'_{ij}). O sistema de equações não tem solução analítica e é extremamente complexo resolver pelos métodos numéricos tradicionais. Portanto, nesta dissertação desenvolvemos um método que gere mais de um milhão de mostras aleatórias de constantes de Yukawa usando o algoritmo mostrado na Figura 3, de modo que, os valores encontrados de g e g' reproduzam, através dos produtos dentro da matriz da Eq. (4.10), a matriz da Eq. (4.9) na melhor aproximação. Os resultados para as matrizes de Yukawa G e G' usando nosso método foram

$$G' = \begin{pmatrix} g'_{11} & 0 & 0 \\ 0 & g'_{22} & 0 \\ 0 & 0 & g'_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.0192634820592313 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0746556445987011 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0441684850526548 \end{pmatrix}; \quad (4.11)$$

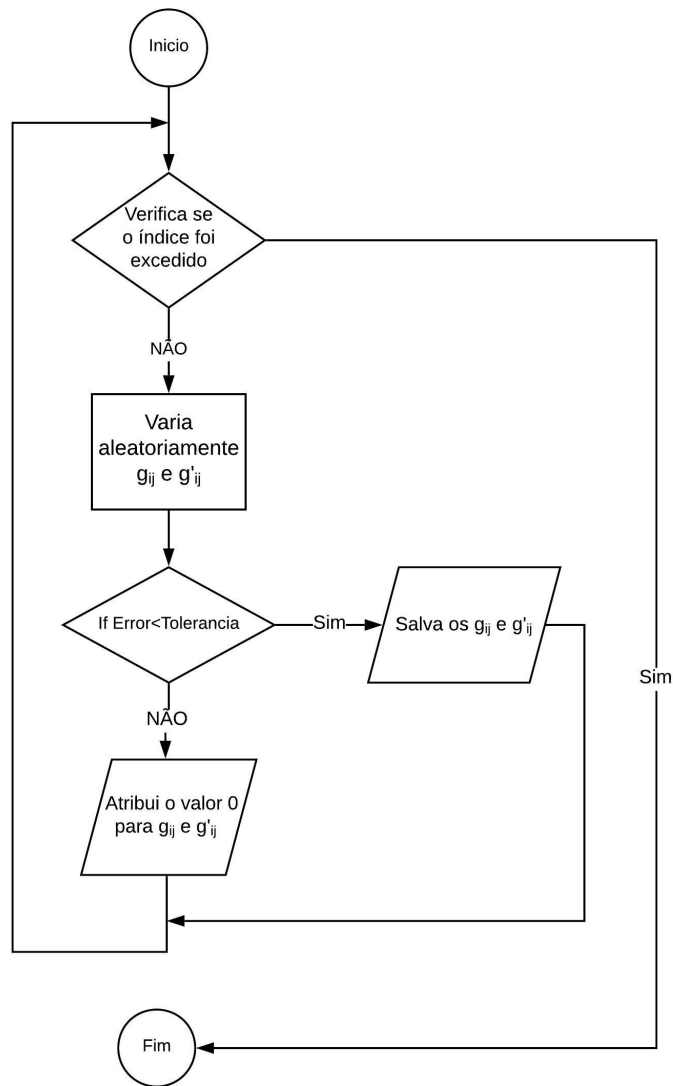


Figura 6 – Algoritmo de Monte Carlo para o cálculo das constantes de Yukawa.

$$G = \begin{pmatrix} 0 & g_{12} & g_{13} \\ -g_{12} & 0 & g_{23} \\ -g_{13} & -g_{23} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0.00426851960654439 & 0.00496880640668360 \\ -0.00426851960654439 & 0 & 0.00662131965870094 \\ -0.00496880640668360 & -0.00662131965870094 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.12)$$

onde substituindo G' e G na Eq. (4.10) obtemos F numericamente

$$F_{num} = \begin{pmatrix} 0.0159 & 0.0169 & -0.0051 \\ 0.0169 & 0.0716 & 0.0572 \\ -0.0051 & 0.0572 & 0.0744 \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

Nossa solução F_{num} é aproximadamente a matriz F da equação (4.9).

Vamos agora encontrar as massas e misturas dos neutrinos pesados através da matriz da Eq. (3.32). Levando em conta as matrizes G e G' das Eqs. (4.11) e (4.12) e os valores de a , v_ρ e $v_{\chi'}$, obtemos os autovalores da matriz dos neutrinos pesados como

$$M_1 = -373.28 GeV; \quad (4.14)$$

$$M_2 = -220.84 GeV; \quad (4.15)$$

$$M_3 = -96.32 GeV; \quad (4.16)$$

$$M_4 = 96.32 GeV; \quad (4.17)$$

$$M_5 = 220.84 GeV; \quad (4.18)$$

$$M_6 = 373.28 GeV, \quad (4.19)$$

e a matriz que diagonaliza a matriz de massa da Eq. (3.32) como

$$U_R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.7071 & 0.7071 & 0 & 0 \\ -0.7071 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.7071 \\ 0 & 0.7071 & 0 & 0 & 0.7071 & 0 \\ 0 & 0 & -0.7071 & 0.7071 & 0 & 0 \\ 0.7071 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.7071 \\ 0 & -0.7071 & 0 & 0 & 0.7071 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.20)$$

na qual consideramos $U_R^T \mathcal{M}_R U_R = \text{diag}(M_1, M_2, \dots, M_6)$ (ver Eq. (A.23)). Finalmente, substituindo as matrizes (4.11), (4.12) e (4.20) nas matrizes das Eqs. (A.18), (A.19), (A.20) e (A.21) e levando em conta os valores de a , v_ρ e $v_{\chi'}$, pode-se obter os valores numéricos dos elementos da matriz de mistura V como

$$V_{\nu\nu} = \begin{pmatrix} (V_{\nu\nu})_{11} & (V_{\nu\nu})_{12} & (V_{\nu\nu})_{13} \\ (V_{\nu\nu})_{21} & (V_{\nu\nu})_{22} & (V_{\nu\nu})_{23} \\ (V_{\nu\nu})_{31} & (V_{\nu\nu})_{32} & (V_{\nu\nu})_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.8030 & 0.5834 & 0.1218 \\ -0.4853 & 0.5214 & 0.7016 \\ 0.3459 & -0.6227 & 0.7016 \end{pmatrix}; \quad (4.21)$$

$$\begin{aligned}
V_{\nu N} &= \begin{pmatrix} (V_{\nu N})_{11} & (V_{\nu N})_{12} & (V_{\nu N})_{13} & (V_{\nu N})_{14} & (V_{\nu N})_{15} & (V_{\nu N})_{16} \\ (V_{\nu N})_{21} & (V_{\nu N})_{22} & (V_{\nu N})_{23} & (V_{\nu N})_{24} & (V_{\nu N})_{25} & (V_{\nu N})_{26} \\ (V_{\nu N})_{31} & (V_{\nu N})_{32} & (V_{\nu N})_{33} & (V_{\nu N})_{34} & (V_{\nu N})_{35} & (V_{\nu N})_{36} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -0.0014 & 0.0028 & 0 & 0 & -0.0028 & 0.0014 \\ -1.3431 \times 10^{-27} & 0.0037 & -0.0055 & 0.0055 & -0.0037 & 1.3431 \times 10^{-27} \\ 0.0022 & 0 & -0.0063 & 0.0063 & 0 & -0.0022 \end{pmatrix}; \quad (4.22)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{N\nu} &= \begin{pmatrix} (V_{N\nu})_{11} & (V_{N\nu})_{12} & (V_{N\nu})_{13} \\ (V_{N\nu})_{21} & (V_{N\nu})_{22} & (V_{N\nu})_{23} \\ (V_{N\nu})_{31} & (V_{N\nu})_{32} & (V_{N\nu})_{33} \\ (V_{N\nu})_{41} & (V_{N\nu})_{42} & (V_{N\nu})_{43} \\ (V_{N\nu})_{51} & (V_{N\nu})_{52} & (V_{N\nu})_{53} \\ (V_{N\nu})_{61} & (V_{N\nu})_{62} & (V_{N\nu})_{63} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -5.6170 \times 10^{-12} & -1.3822 \times 10^{-11} & 1.0318 \times 10^{-10} \\ -1.2050 \times 10^{-12} & -7.0078 \times 10^{-12} & 4.3729 \times 10^{-12} \\ -2.3500 \times 10^{-12} & -1.9227 \times 10^{-11} & -1.5901 \times 10^{-11} \\ 0.0013 & 0.0031 & -0.0234 \\ 0.0011 & 0.0062 & -0.0038 \\ 0.0012 & 0.0100 & -0.0083 \end{pmatrix}; \quad (4.23)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_{NN} &= \begin{pmatrix} (V_{NN})_{11} & (V_{NN})_{12} & (V_{NN})_{13} & (V_{NN})_{14} & (V_{NN})_{15} & (V_{NN})_{16} \\ (V_{NN})_{21} & (V_{NN})_{22} & (V_{NN})_{23} & (V_{NN})_{24} & (V_{NN})_{25} & (V_{NN})_{26} \\ (V_{NN})_{31} & (V_{NN})_{32} & (V_{NN})_{33} & (V_{NN})_{34} & (V_{NN})_{35} & (V_{NN})_{36} \\ (V_{NN})_{41} & (V_{NN})_{42} & (V_{NN})_{43} & (V_{NN})_{44} & (V_{NN})_{45} & (V_{NN})_{46} \\ (V_{NN})_{51} & (V_{NN})_{52} & (V_{NN})_{53} & (V_{NN})_{54} & (V_{NN})_{56} & (V_{NN})_{56} \\ (V_{NN})_{61} & (V_{NN})_{62} & (V_{NN})_{63} & (V_{NN})_{64} & (V_{NN})_{65} & (V_{NN})_{66} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} 1.7259 \times 10^{-13} & 2.5060 \times 10^{-13} & 0.7071 & 0.7071 & -2.5060 \times 10^{-13} & -1.7259 \times 10^{-13} \\ -0.7071 & -1.2521 \times 10^{-14} & -4.4532 \times 10^{-14} & 4.4532 \times 10^{-14} & 1.2521 \times 10^{-14} & -0.7071 \\ 2.0974 \times 10^{-14} & 0.7071 & 1.0930 \times 10^{-13} & -1.0930 \times 10^{-13} & 0.7071 & -2.0974 \times 10^{-14} \\ -3.9181 \times 10^{-5} & -5.6892 \times 10^{-5} & -0.7069 & 0.7069 & 5.6892 \times 10^{-5} & 3.9181 \times 10^{-5} \\ 0.7071 & 1.1016 \times 10^{-5} & 3.9181 \times 10^{-5} & -3.9181 \times 10^{-5} & -1.1016 \times 10^{-5} & -0.7071 \\ -1.1016 \times 10^{-5} & -0.7070 & -5.6892 \times 10^{-5} & 5.6892 \times 10^{-5} & 0.7070 & 1.1016 \times 10^{-5} \end{pmatrix}. \quad (4.24)
\end{aligned}$$

A matriz de mistura V obtida através de nosso método numérico pode ser usada para estudar a fenomenologia de produção de neutrinos pesados em aceleradores de partículas como o LHC e de esta forma, verificar a validade do MSSInv e o modelo $331_{\nu R}$ estudados nesta dissertação.

5 Conclusões

Neste trabalho, após de estudar de forma introdutória o modelo padrão eletrofraco, mostramos a necessidade de uma extensão da teoria pois o fenômeno de oscilações de neutrinos evidencia uma massa não nula para estas partículas, situação que contradiz o modelo padrão. Inspirados nesse problema, estudamos os diferentes termos de massa que podem ser construídos para definir as massas, a mistura, o tipo de neutrino (Dirac ou Majorana) e o número de neutrinos massivos e estéreis. A partir dos termos de massa, dissertamos rapidamente sobre o Mecanismo Seesaw Tipo I o qual funciona a partir de nova física de violação de número leptônico a uma escala de energia muito maior que a escala eletrofraca, e concluímos que, embora elegante, o mecanismo não é favorável para provar a existência de física além do modelo padrão pois a escala de energia não é fenomenologicamente testável. Motivados por este impedimento, introduzimos seis novos campos singletos pelo grupo de simetria do MP e construímos um novo mecanismo que funciona de forma oposta ao Mecanismo Seesaw Tipo I. O novo mecanismo é chamado de Mecanismo Seesaw Inverso e assume que a violação do número leptônico acontece em uma escala de energia muito menor que a escala eletrofraca, permitindo que os neutrinos ganhem massa a partir de nova física a escala dos TeV, situação que pode ser testada em futuros experimentos no LHC. Também mostramos que o modelo 331 com neutrinos de mão direita possibilita a implementação do mecanismo seesaw inverso. Mostramos as correntes neutras que podem ser obtidas neste modelo e mencionamos que para testar o mecanismo a partir de processos físicos (particularmente nos processos que envolvem o bóson Z') é necessário conhecer a forma como os neutrinos entram nas correntes de interação. Por esse motivo calculamos as massas dos neutrinos pesados e a matriz de mistura que entram nas correntes usando um método numérico baseado no método de Monte Carlo.

Referências

- 1 THOMSON, M. *Modern particle physics*. New York: Cambridge University Press, 2013. ISBN 9781107034266. Disponível em: <<http://www-spires.fnal.gov/spires/find/books/www?cl=QC793.2.T46::2013>>. Citado 4 vezes nas páginas 13, 27, 43 e 46.
- 2 BAHCALL, J. N.; PINSONNEAULT, M. H. What do we (not) know theoretically about solar neutrino fluxes? *Phys. Rev. Lett.*, v. 92, p. 121301, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 13 e 43.
- 3 GLASHOW, S. L. Partial symmetries of weak interactions. *Nucl. Phys.*, v. 22, p. 579–588, 1961. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 27.
- 4 WEINBERG, S. A model of leptons. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 19, p. 1264–1266, Nov 1967. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.19.1264>>. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 27.
- 5 SALAM, A. Elementary particle theory. *Prog. Of the Nobel Symposium, 1968, Stockholm, Sweden*, v. 367, 1968. Disponível em: <<https://ci.nii.ac.jp/naid/10025429448/en/>>. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 27.
- 6 PICH, A. The standard model of electroweak interactions. Citado na página 23.
- 7 WILLENBROCK, S. Symmetries of the standard model. Citado na página 24.
- 8 QUIGG, C. *Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions*. USA: Princeton University Press, 2013. ISBN 9780691135489, 9781400848225. Disponível em: <<http://chrisquigg.com/gauge-theories/>>. Citado na página 24.
- 9 GROSSMAN, Y.; TANEDO, P. Just a taste: Lectures on flavor physics. Citado na página 24.
- 10 ABDALLA, E. et al. Brazilian Community Report on Dark Matter. 2019. Citado na página 24.
- 11 RUBIN, V. C.; FORD JR., W. K. Rotation of the andromeda nebula from a spectroscopic survey of emission regions. *Astrophys. J.*, v. 159, p. 379–403, 1970. Citado na página 24.
- 12 AGHANIM, N. et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. 2018. Citado na página 24.
- 13 CLEVELAND, B. T. et al. Measurement of the solar electron neutrino flux with the Homestake chlorine detector. *Astrophys. J.*, v. 496, p. 505–526, 1998. Citado na página 24.
- 14 ALBERICO, W. M.; BILENKY, S. M. Neutrino oscillations, masses and mixing. *Phys. Part. Nucl.*, v. 35, p. 297–323, 2004. [Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra35,545(2004)]. Citado na página 24.

- 15 PAL, P. B. Dirac, majorana and weyl fermions. *Am. J. Phys.*, v. 79, p. 485–498, 2011. Citado na página 24.
- 16 DIAS, A. G.; PIRES, C. A. de S.; SILVA, P. S. R. da. How the inverse see-saw mechanism can reveal itself natural, canonical and independent of the right-handed neutrino mass. *Phys. Rev.*, D84, p. 053011, 2011. Citado 4 vezes nas páginas 25, 52, 53 e 55.
- 17 DIAS, A. G. et al. A simple realization of the inverse seesaw mechanism. *Phys. Rev.*, D86, p. 035007, 2012. Citado 5 vezes nas páginas 25, 52, 53, 55 e 59.
- 18 CARVAJAL, C. D. R. et al. Axion like particles and the inverse seesaw mechanism. *JHEP*, v. 05, p. 069, 2015. [Erratum: JHEP08,103(2015)]. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 52.
- 19 BERTUZZO, E. et al. A neutrinophilic 2hdm as a uv completion for the inverse seesaw mechanism. *JHEP*, v. 11, p. 004, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 52.
- 20 FREITAS, F. F.; PIRES, C. A. de S.; VASCONCELOS, P. Resonant production of z' and signature of right-handed neutrinos within a 3-3-1 model. *Phys. Rev.*, D98, n. 3, p. 035005, 2018. Citado na página 25.
- 21 GIUNTI, C.; KIM, C. W. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*. [S.l.: s.n.], 2007. ISBN 9780198508717. Citado na página 27.
- 22 TANABASHI, M. et al. Review of Particle Physics. *Phys. Rev.*, D98, n. 3, p. 030001, 2018. Citado 5 vezes nas páginas 30, 38, 40, 42 e 59.
- 23 MANDL, F.; SHAW, G. *QUANTUM FIELD THEORY*. [s.n.], 1985. Disponível em: <<http://eu.wiley.com/WileyCDA/WileyTitle/productCd-0471496839.html>>. Citado 4 vezes nas páginas 33, 35, 40 e 41.
- 24 CHATRCHYAN, S. et al. Observation of a New Boson at a Mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC. *Phys. Lett.*, B716, p. 30–61, 2012. Citado na página 40.
- 25 AAD, G. et al. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Phys. Lett.*, B716, p. 1–29, 2012. Citado na página 40.
- 26 CHECCHIA, P.; PIOTTO, E.; SIMONETTO, F. The Hypothesis of a real Cabibbo Kobayashi Maskawa matrix. In: *Proceedings, International Europhysics Conference on High energy physics (EPS-HEP 1999): Tampere, Finland, July 15-21, 1999*. [S.l.: s.n.], 1999. p. 526–527. Citado na página 42.
- 27 RAMOND, P. Neutrinos and particle physics models. In: *International Conference on History of the Neutrino: 1930-2018 Paris, France, September 5-7, 2018*. [S.l.: s.n.], 2019. Citado na página 43.
- 28 BAHCALL, J. N.; DAVIS, R. Solar Neutrinos - a Scientific Puzzle. *Science*, v. 191, p. 264–267, 1976. [141(1976)]. Citado na página 44.
- 29 LOWE, A. J. Neutrino Physics and The Solar Neutrino Problem. 2009. Citado 4 vezes nas páginas 13, 44, 45 e 46.

- 30 LANDE, K. et al. Solar neutrino observations with the Homestake ^{37}Cl detector. *AIP Conf. Proc.*, v. 243, p. 1122–1133, 1992. Citado na página 44.
- 31 ANSELMANN, P. et al. Solar neutrinos observed by GALLEX at Gran Sasso. *Phys. Lett.*, B285, p. 376–389, 1992. Citado na página 44.
- 32 ABDURASHITOV, D. et al. Solar neutrino results from SAGE. *Nucl. Phys. Proc. Suppl.*, v. 77, p. 20–25, 1999. [,20(1999)]. Citado na página 44.
- 33 FUKUDA, Y. et al. The Super-Kamiokande detector. *Nucl. Instrum. Meth.*, A501, p. 418–462, 2003. Citado na página 45.
- 34 FUKUDA, Y. et al. Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos. *Phys. Rev. Lett.*, v. 81, p. 1562–1567, 1998. Citado na página 45.
- 35 AHMAD, Q. R. et al. Measurement of the rate of $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ interactions produced by ^8B solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory. *Phys. Rev. Lett.*, v. 87, p. 071301, 2001. Citado na página 46.
- 36 ESTEBAN, I. et al. Global analysis of three-flavour neutrino oscillations: synergies and tensions in the determination of θ_{23} , δ_{CP} , and the mass ordering. *JHEP*, v. 01, p. 106, 2019. Citado na página 47.
- 37 BILENKY, S. Introduction to the physics of massive and mixed neutrinos. *Lect. Notes Phys.*, v. 817, p. 1–255, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 50.
- 38 MINKOWSKI, P. $\mu \rightarrow e\gamma$ at a Rate of One Out of 10^9 Muon Decays? *Phys. Lett.*, v. 67B, p. 421–428, 1977. Citado na página 50.
- 39 MOHAPATRA, R. N.; SENJANOVIC, G. Neutrino Mass and Spontaneous Parity Nonconservation. *Phys. Rev. Lett.*, v. 44, p. 912, 1980. [,231(1979)]. Citado na página 50.
- 40 SCHECHTER, J.; VALLE, J. W. F. Neutrino Masses in $\text{SU}(2) \times \text{U}(1)$ Theories. *Phys. Rev.*, D22, p. 2227, 1980. Citado na página 50.
- 41 COGOLLO, D. et al. The seesaw mechanism at tev scale in the 3-3-1 model with right-handed neutrinos. *European Physical Journal C*, v. 58, 07 2008. Citado na página 50.
- 42 PEREIRA, R. A. *Mecanismos Seesaw de geração de massas para neutrinos*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo. Citado na página 50.
- 43 GRIMUS, W.; LAVOURA, L. The Seesaw mechanism at arbitrary order: Disentangling the small scale from the large scale. *JHEP*, v. 11, p. 042, 2000. Citado na página 51.
- 44 HETTMANSPERGER, H.; LINDNER, M.; RODEJOHANN, W. Phenomenological Consequences of sub-leading Terms in See-Saw Formulas. *JHEP*, v. 04, p. 123, 2011. Citado na página 51.

Apêndices

APÊNDICE A – Diagonalização da matriz de masa

Neste apêndice vamos diagonalizar a matriz

$$M_{\nu 9 \times 9} = \begin{pmatrix} 0_{3 \times 3} & \mathcal{M}_{D 3 \times 6}^T \\ \mathcal{M}_{D 6 \times 3} & \mathcal{M}_{R 6 \times 6} \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

para o MSSInv¹. Como M_{ν} é uma matriz simétrica, ela pode ser blocodiagonalizada através da transformação $W^T M_{\nu} W$, onde W é a seguinte matriz de transformação unitária

$$W \simeq \begin{pmatrix} 1 - \frac{1}{2}(\mathcal{M}_D)^\dagger [\mathcal{M}_R (\mathcal{M}_R)^\dagger]^{-1} \mathcal{M}_D & (\mathcal{M}_D)^\dagger [(\mathcal{M}_R)^\dagger]^{-1} \\ -(\mathcal{M}_R)^{-1} \mathcal{M}_D & 1 - \frac{1}{2}(\mathcal{M}_R)^{-1} \mathcal{M}_D (\mathcal{M}_D)^\dagger [(\mathcal{M}_R)^\dagger]^{-1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

portanto o produto de matrizes fica

$$W^T M_{\nu} W = D = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

onde

$$D_{11} = -\mathcal{M}_D^T \mathcal{M}_R^{-1} \mathcal{M}_D + \frac{1}{2} \mathcal{M}_D^T (\mathcal{M}_R^* \mathcal{M}_R^T)^{-1} \mathcal{M}_D^* \mathcal{M}_D^T \mathcal{M}_R^{-1} \mathcal{M}_D + \frac{1}{2} \mathcal{M}_D^T (\mathcal{M}_R^T)^{-1} \mathcal{M}_D \mathcal{M}_D^\dagger (\mathcal{M}_R \mathcal{M}_R^\dagger)^{-1} \mathcal{M}_D \quad (\text{A.4})$$

$$D_{12} = -\mathcal{M}_D^T (\mathcal{M}_R^T)^{-1} \mathcal{M}_R - \frac{1}{2} \mathcal{M}_D^T (\mathcal{M}_R^* \mathcal{M}_R^T)^{-1} \mathcal{M}_D^* \mathcal{M}_D^T - \frac{1}{2} \mathcal{M}_D^T \mathcal{M}_R^{-1} \mathcal{M}_D \mathcal{M}_D^\dagger (\mathcal{M}_R^\dagger)^{-1} - \frac{1}{2} \mathcal{M}_D^T (\mathcal{M}_R^T)^{-1} \mathcal{M}_D \mathcal{M}_D^\dagger (\mathcal{M}_R^\dagger)^{-1} + \frac{1}{4} \mathcal{M}_D^T (\mathcal{M}_R^* \mathcal{M}_R^T)^{-1} \mathcal{M}_D^* \mathcal{M}_D^T \mathcal{M}_R^{-1} \mathcal{M}_D \mathcal{M}_D^\dagger (\mathcal{M}_R^\dagger)^{-1} + \mathcal{M}_D^T \quad (\text{A.5})$$

$$D_{21} = -\frac{1}{2} \mathcal{M}_D \mathcal{M}_D^\dagger (\mathcal{M}_R \mathcal{M}_R^\dagger)^{-1} \mathcal{M}_D - (\mathcal{M}_R^*)^{-1} \mathcal{M}_D^* \mathcal{M}_D^T \mathcal{M}_R^{-1} \mathcal{M}_D + \frac{1}{4} (\mathcal{M}_R^*)^{-1} \mathcal{M}_D^* \mathcal{M}_D^T (\mathcal{M}_R^T)^{-1} \mathcal{M}_D \mathcal{M}_D^\dagger (\mathcal{M}_R \mathcal{M}_R^\dagger)^{-1} \mathcal{M}_D \quad (\text{A.6})$$

¹ Os cálculos desenvolvidos neste apêndice podem ser usados para o MSSI ou MSSInv.

$$\begin{aligned}
D_{22} &= \mathcal{M}_R + \frac{1}{2} \mathcal{M}_D \mathcal{M}_D^\dagger (\mathcal{M}_R^\dagger)^{-1} + (\mathcal{M}_R^*)^{-1} \mathcal{M}_D^* \mathcal{M}_D^T \\
&\quad - \frac{1}{2} (\mathcal{M}_R^*)^{-1} \mathcal{M}_D^* \mathcal{M}_D^T (\mathcal{M}_R^T)^{-1} \mathcal{M}_R - \frac{1}{2} (\mathcal{M}_R^*)^{-1} \mathcal{M}_D^* \mathcal{M}_D^T \mathcal{M}_R^{-1} \mathcal{M}_D \mathcal{M}_D^\dagger (\mathcal{M}_R^\dagger)^{-1} \\
&\quad - \frac{1}{4} (\mathcal{M}_R^*)^{-1} \mathcal{M}_D^* \mathcal{M}_D^T (\mathcal{M}_R^T)^{-1} \mathcal{M}_D \mathcal{M}_D^\dagger (\mathcal{M}_R^\dagger)^{-1} \quad (\text{A.7})
\end{aligned}$$

como temos a condição sobre as massas $\mathcal{M}_D \ll \mathcal{M}_R$ (ou $\mu \ll M^D \ll M$), então $D_{12} \approx 0$ e $D_{21} \approx 0$. Portanto

$$D = \begin{pmatrix} M_{leves} & 0 \\ 0 & M_{pesados} \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

onde

$$M_{leves} \approx -\mathcal{M}_D^T \mathcal{M}_R^{-1} \mathcal{M}_D \quad (\text{A.9})$$

$$M_{pesados} \approx \mathcal{M}_R \quad (\text{A.10})$$

onde chamamos $D_{11} \rightarrow M_{leves}$ e $D_{22} \rightarrow M_{pesados}$. A matriz D é uma matriz blocodiagonal, ou seja, os elementos M_{leves} e $M_{pesados}$ são matrizes não diagonais. Para diagonalizar completamente a matriz M_ν vamos usar a matriz unitária V definida como $V = WU$. Portanto a Eq. (A.3) fica

$$V^T M_\nu V = U^T D U = \text{diag}(m_1, m_2, m_3, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6) \quad (\text{A.11})$$

com

$$U = \begin{pmatrix} U_{PMNS} & 0 \\ 0 & U_R \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

onde U_{PMNS} é a matriz de Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata que diagonaliza a matriz de massa dos neutrinos leves e U_R é a matriz que diagonaliza a matriz de massa dos neutrinos pesados. Agora vamos ver explicitamente a forma da matriz V que diagonaliza completamente a matriz de massa M_ν

$$V = \begin{pmatrix} V_{\nu\nu} & V_{\nu N} \\ V_{N\nu} & V_{NN} \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

onde

$$V_{\nu\nu} = \left[1 - \frac{1}{2}(\mathcal{M}_D)^\dagger [\mathcal{M}_R(\mathcal{M}_R)^\dagger]^{-1} \mathcal{M}_D \right] U_{PMNS} \quad (\text{A.14})$$

$$V_{\nu N} = \left[(\mathcal{M}_D)^\dagger [(\mathcal{M}_R)^\dagger]^{-1} \right] U_R \quad (\text{A.15})$$

$$V_{N\nu} = \left[-(\mathcal{M}_R)^{-1} \mathcal{M}_D \right] U_{PMNS} \quad (\text{A.16})$$

$$V_{NN} = \left[1 - \frac{1}{2}(\mathcal{M}_R)^{-1} \mathcal{M}_D (\mathcal{M}_D)^\dagger [(\mathcal{M}_R)^\dagger]^{-1} \right] U_R \quad (\text{A.17})$$

É útil escrever a matriz V em função das matrizes de Yukawa G e G'

$$[V_{\nu\nu}]_{3 \times 3} = \left[(1)_{3 \times 3} - \frac{v_\rho^2}{2v_{\chi'}^2} \left(G^\dagger (G'^*)^{-1} (G'^T)^{-1} G + \frac{2a^2}{v_{\chi'}^2} G^\dagger (G'^*)^{-1} (G'^\dagger)^{-1} G'^{-1} (G'^T)^{-1} G \right)_{3 \times 3} \right]_{3 \times 3} \times [U_{PMNS}]_{3 \times 3} \quad (\text{A.18})$$

$$[V_{\nu N}]_{3 \times 6} = \left[-\frac{\sqrt{2}av_\rho}{v_{\chi'}^2} \left[G^\dagger (G'^*)^{-1} (G'^\dagger)^{-1} \right]_{3 \times 3} \quad \frac{v_\rho}{v_{\chi'}} \left[G^\dagger (G'^*)^{-1} \right]_{3 \times 3} \right]_{3 \times 6} \times [U_R]_{6 \times 6} \quad (\text{A.19})$$

$$[V_{N\nu}]_{6 \times 3} = \left[\begin{array}{c} \frac{\sqrt{2}av_\rho}{v_{\chi'}^2} \left[G'^{-1} (G'^T)^{-1} G \right]_{3 \times 3} \\ -\frac{v_\rho}{v_{\chi'}} \left[(G'^T)^{-1} G \right]_{3 \times 3} \end{array} \right]_{6 \times 3} \times [U_{PMNS}]_{3 \times 3} \quad (\text{A.20})$$

$$[V_{NN}]_{6 \times 6} = \left[\begin{array}{cc} [1]_{3 \times 3} - \frac{v_\rho^2 a^2}{v_{\chi'}^4} \left[G'^{-1} (G'^T)^{-1} G G^\dagger (G'^*)^{-1} (G'^\dagger)^{-1} \right]_{3 \times 3} & [1]_{3 \times 3} + \frac{v_\rho^2 a}{\sqrt{2}v_{\chi'}^3} \left[G'^{-1} (G'^T)^{-1} G G^\dagger (G'^*)^{-1} \right]_{3 \times 3} \\ [1]_{3 \times 3} + \frac{v_\rho^2 a}{\sqrt{2}v_{\chi'}^3} \left[(G'^T)^{-1} G G^\dagger (G'^*)^{-1} (G'^\dagger)^{-1} \right]_{3 \times 3} & [1]_{3 \times 3} - \frac{v_\rho^2}{2v_{\chi'}^2} \left[(G'^T)^{-1} G G^\dagger (G'^*)^{-1} \right]_{3 \times 3} \end{array} \right]_{6 \times 6} \times [U_R]_{6 \times 6} \quad (\text{A.21})$$

Para finalizar mostremos explicitamente a matriz M_ν na base diagonal (seus elementos são os autovalores da matriz M_ν : três massas para os neutrinos leves m_i e seis massas para os neutrinos pesados M_k , onde $i = 1, 2, 3$ e $k = 1, \dots, 6$):

$$U_{PMNS}^T M_{leves} U_{PMNS} = -U_{PMNS}^T M_D^T M_R^{-1} M_D U_{PMNS} \approx \text{diag}(m_1, m_2, m_3) \quad (\text{A.22})$$

$$U_R^T M_{pesados} U_R = U_R^T M_R U_R \approx \text{diag}(M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6) \quad (\text{A.23})$$