



Universidade Federal de Campina Grande – UFCG  
Unidade Acadêmica de Física  
Programa de Pós-Graduação em Física

Candidato (a): \_\_\_\_\_

RG: \_\_\_\_\_, DATA: 03 / 02 / 2015

PROVA SELEÇÃO MESTRADO 2015-1

Instruções

- Esta prova constitui a primeira parte do processo seletivo de ingresso do PPGF. Ela contém problemas de Álgebra Linear, Mecânica Quântica, eletromagnetismo, etc. Todas as questões possuem o mesmo peso de um total de 100%.
- O tempo de duração desta prova é de 04 horas. O tempo mínimo de permanência em sala é de 50 minutos.
- Não é permitido o uso de calculadoras ou quaisquer instrumentos eletrônicos.
- Resolva cada questão nas folhas em anexo sem destacá-las. Não se esqueça de escrever a numeração de cada questão (Q1, Q2,...).

**Blocos de Questões**

Q1- Números complexos

- Mostre que  $|z \cdot w| = |z| \cdot |w|$  para qualquer número complexo  $z$  e  $w$ ;
- Mostre que  $|e^{a+ib}| = e^a$ ;
- Escreva o seguinte número:  $7\sqrt{3} - 7i$  na forma polar ( $re^{i\theta}$ );
- Escreva  $(-\sqrt{3} + i)^8$  na forma  $a + ib$ .

Q2- Valor Esperado:

- O valor esperado de um operador  $\hat{A}$  que atua sobre uma função  $\psi$  é definido por  $\langle \hat{A} \rangle \equiv \int \psi^* \hat{A} \psi dx$ . Portanto, usando a equação de Schrodinger mostre que

$$\frac{d\langle \hat{A} \rangle}{dt} = \left\langle \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} \right\rangle + \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}, \hat{A}] \rangle$$

- considere os seguintes operadores do momentum angular:  $\hat{L}_x = \hat{y} \hat{p}_z - \hat{z} \hat{p}_y$ ,  $\hat{L}_y = \hat{x} \hat{p}_z - \hat{z} \hat{p}_x$  e  $\hat{L}_z = \hat{x} \hat{p}_y - \hat{y} \hat{p}_x$ . Demonstre que  $[\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i \hbar \hat{L}_x$ .

Q3- Determine os autovalores e os autovetores (normalizados) associados ao seguinte operador:

$$\hat{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Q4- Oscilador harmônico simples em uma dimensão (1D):

Sabe-se que a equação de autovalores (e autofunções) é  $H\psi(x)_n = E_n\psi_n$ , onde  $H$  é o hamiltoniano do oscilador harmônico em 1D,  $\psi_n(x)$  as autofunções e  $E_n$  os autovalores.

- Quanto vale  $E_n$ ? (**Não é necessário demonstrar e/ou calcular nada**).
- Seja o estado  $\psi(x) = A[2\psi_1(x) + e^{-i\phi}\psi_2(x)]$ , onde  $\phi \in \mathfrak{R}$ .  
Normalize o estado  $\psi(x)$ .
- Para o estado  $\psi(x)$  acima, calcule o valor esperado da posição.  
(**Não é necessário resolver as integrais, mas argumente sobre aquelas que não contribuem para os cálculos, ou seja, as que se anulam**).

Q5- Use a Lei de Gauss:

- Para encontrar o campo elétrico dentro e fora de uma casca esférica de raio  $R$ , que tem uma densidade superficial de carga uniforme  $\sigma$ ;
- Para encontrar o campo elétrico dentro de uma esfera uniformemente carregada (com densidade de carga  $\rho$ ).