



UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA
PROGRAMA DE POS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Candidato(a): _____

RG: _____ **Data:** 08/07/2026, **Período:** 2026.2

PROVA DE SELEÇÃO DE MESTRADO E DOUTORADO

Instruções

- Esta prova constitui a primeira parte do processo seletivo de ingresso do PPGF da UAF/UFCG. Todas as questões possuem o mesmo peso de um total de 100%;
- O tempo de duração desta prova é de 04 horas. O tempo mínimo de permanência em sala é de 50 minutos;
- Há questões específicas para os cursos de mestrado e de doutorado;
- Não é permitido o uso de calculadoras ou quaisquer instrumentos eletrônicos;
- A prova é individual e não é permitida consultas a qualquer material;
- Resolva cada questão nas folhas em anexo sem destacá-las. Não se esqueça de escrever a numeração de cada questão (exemplo: Q1, Q2,...).

Assinatura do(a) Candidato(a)

Q1 – Números Complexos (Mestrado)

Considere o número complexo

$$z = \frac{(2 + i)^4}{(1 - i)^3}.$$

- (a) Escreva z na forma cartesiana $(a + bi)$.
- (b) Escreva z na forma polar $re^{i\theta}$.
- (c) Calcule $\ln z$.
- (d) Calcule $\cos(\pi - 2i \ln 3)$ e $\sin(\pi - i \ln 3)$.

Q2 – Álgebra Linear (Mestrado e Doutorado)

Considere a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -i \\ i & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Mostre que A é Hermitiana.
- (b) Determine os autovalores e os autovetores normalizados de A . Em seguida, escreva sua decomposição espectral.
- (c) Obtenha a matriz unitária e diagonalize a matriz A .

Q3 – Mecânica Quântica (Mestrado e Doutorado)

Dado o hamiltoniano do oscilador harmônico unidimensional,

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\hat{x}^2,$$

e considerando os operadores de criação e aniquilação,

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} + \frac{i}{m\omega} \hat{p} \right), \quad \hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} - \frac{i}{m\omega} \hat{p} \right),$$

- (a) Calcule o comutador $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger]$.
- (b) Obtenha o hamiltoniano em termos dos operadores a e $a^\dagger$.
- (c) Calcule as relações de comutação $[H, a]$ e $[H, a^\dagger]$.
- (d) Sabendo que $\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ é o operador número, determine os níveis de energia do sistema.
- (e) Explique o significado físico da energia do estado fundamental.

Q4 – Eletromagnetismo (Mestrado)

Considere uma esfera sólida de raio R , uniformemente carregada com densidade volumétrica de carga $\rho = \rho_0$.

- (a) Utilizando a Lei de Gauss, determine o campo elétrico $E(r)$ em todo o espaço, distinguindo as regiões $r < R$ e $r \geq R$.
- (b) Obtenha o potencial eletrostático $V(r)$, impondo a condição de contorno $V(\infty) = 0$.
- (c) Calcule a energia eletrostática armazenada na distribuição de carga.

Q5 – Mecânica Quântica (Doutorado)

Considere uma partícula de massa m confinada no potencial unidimensional

$$V(x) = \begin{cases} 0, & 0 < x < L, \\ \infty, & x \leq 0 \text{ ou } x \geq L. \end{cases}$$

- (a) Escreva a equação de Schrödinger independente do tempo e resolva completamente o problema de autovalores
- (b) Determine as autofunções normalizadas do sistema.
- (c) Obtenha os níveis de energia permitidos para a partícula.
- (d) Calcule os valores esperados $\langle x \rangle$, $\langle x^2 \rangle$ e a incerteza na posição Δx , para o estado fundamental.
- (e) Calcule a incerteza no momento Δp para o estado fundamental e verifique explicitamente que o princípio da incerteza de Heisenberg, $\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$, é satisfeito.

Q6 – Eletromagnetismo (Doutorado)

Considere um cilindro maciço infinito de raio R , percorrido por uma corrente contínua I , uniformemente distribuída em sua seção transversal.

- (a) Aplicando a Lei de Ampère, determine o campo magnético $B(r)$ para $r < R$ e $r > R$.
- (b) Esboce qualitativamente o comportamento do módulo de $B(r)$ em função da distância ao eixo do cilindro.
- (c) A partir da relação $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$, determine uma expressão para o potencial vetor magnético $\mathbf{A}$, adotando um calibre conveniente.
- (d) Explique a diferença entre os campos $\mathbf{B}$ e $\mathbf{H}$ em materiais magnéticos.