



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE CAMPINA GRANDE
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
UNIDADE ACADÊMICA DE FÍSICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ESTUDO DE ONDAS ATMOSFÉRICAS OBSERVADAS EM
DADOS DE VENTO PELO MÉTODO DA ANÁLISE DE
HODÓGRAFO**

Graciana dos Santos de Sousa

Orientadores:

Prof. Dr. Ricardo Arlen Buriti da Costa

Prof. Dr. Amauri Fragoso de Medeiros

Campina Grande – Paraíba

Fevereiro de 2013

Graciana dos Santos de Sousa

**ESTUDO DE ONDAS ATMOSFÉRICAS OBSERVADAS EM
DADOS DE VENTO PELO MÉTODO DA ANÁLISE DE
HODÓGRAFO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade federal de Campina Grande como parte dos pré-requisitos para obtenção do título de mestre em Física.

Orientadores:

Prof. Dr. Ricardo Arlen Buriti da Costa

Prof. Dr. Amauri Fragoso de Medeiros

Campina Grande – Paraíba

Fevereiro de 2013

GRACIANA DOS SANTOS DE SOUSA

**ESTUDO DE ONDAS ATMOSFÉRICAS OBSERVADAS EM DADOS DE
VENTO PELO MÉTODO DA ANÁLISE DE HODÓGRAFO**

Dissertação aprovada em 28/02/2013

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Ricardo Arlen Buriti da Costa
Unidade Acadêmica de Física – UFCG
(Presidente)

Prof. Dr. Amauri Fragoso de Medeiros
Unidade Acadêmica de Física – UFCG
(Membro interno)

Prof. Dr. Lourivaldo Mota Lima
Departamento de Física – UEPB
(Membro interno)

Prof. Dr. Igo Paulino da Silva
Unidade Acadêmica de Física – UFCG
(Membro externo)

Por toda confiança e incentivo, mesmo nos momentos em que nem eu sabia se poderia continuar a caminhada, vocês Lillian Cristiane e Alexandre Rodrigues não duvidaram disso. Aos dois dedico este trabalho com todo o meu respeito e gratidão.

AGRADECIMENTOS

Meus respeitosos e sinceros agradecimentos aos Professores Doutores Ricardo Arlen Buriti da Costa e Amauri Fragoso de Medeiros pela paciência, contribuição e orientação para a realização deste trabalho.

Ao programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Campina Grande pela oportunidade de realizar este curso.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Aos amigos: Alexandre Rodrigues, Lilian Cristiane, Faetusa César, Clarissa Nunes, Karina Soares, José Gonzales, Alyson José por todo apoio, colaboração, confiança incentivo, compreensão, solidariedade, carinho e tantos outros atributos. Sem a presença de vocês tudo seria mais difícil. Obrigada meu Deus por me permitir ter estas pessoas na minha vida.

RESUMO

O principal objetivo deste trabalho de dissertação foi a análise de ondas atmosféricas na região mesosférica equatorial em São João Cariri-PB ($7,4^{\circ}$ S; $36,5^{\circ}$ O) através de dados de vento coletados entre janeiro e dezembro de 2005 pelo radar meteórico SkiYMET instalado no Observatório de Luminescência Atmosférica da Paraíba (OLAP). Para estimar os principais parâmetros ondulatórios foi aplicada a técnica de análise de hodógrafo nos dados das componentes horizontais do vento. Essa técnica é bastante aplicada em estudo de ondas quase monocromáticas. Os resultados obtidos mostraram cinco hodógrafos elípticos, sugerindo assim a presença de ondas atmosféricas com certo grau de polarização. Estas ondas apresentaram períodos aproximadamente entre 17 e 50 h e comprimentos de onda horizontal aproximadamente entre 4000 e 15000 km. Neste trabalho, tais ondas foram classificadas como onda de gravidade-inércia.

Palavras chave: vento, radar meteórico, hodógrafo, ondas atmosféricas.

ABSTRACT

The main objective of this work is the analysis of atmospheric waves in the equatorial mesospheric region at São João do Cariri-PB (7.4° S, 36.5° W) using wind data collected between January and December 2005 by meteor radar SkiYMET installed at Observatório de Luminescência Atmosférica da Paraíba (OLAP). In order to estimate the parameters of the atmospheric waves, the hodograph analysis technique has been used in the horizontal wind. Generally, this present methodology has been used to study quasi-monochromatic gravity waves. The results showed five elliptical hodographs, suggesting the presence of atmospheric waves with a degree of polarization. These waves showed periods between approximately 17 and 50 h and horizontal wavelengths between approximately 4000 and 15000 km. In this work, such waves have been classified as inertia-gravity waves.

Keywords: wind, meteor radar, hodograph, atmospheric waves

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2: TEORIA PARA AS ONDAS DE GRAVIDADE	9
Seção 2.1: Descrição Matemática de Ondas Atmosféricas	9
Seção 2.2: Ondas de Gravidade - Solução Matemática	11
Seção 2.3: Determinação de algumas relações dinâmicas	15
CAPÍTULO 3: INSTRUMENTAÇÃO E METODOLOGIA	20
Radar meteórico	20
Seção 3.1: Processos de interação do meteoróide com a atmosfera terrestre .	20
Seção 3.2: Determinação do vento neutro através de trilha meteórica usando radar meteórico	23
Subseção 3.2.1: Alguns parâmetros determinados pelo radar meteórico	25
Seção 3.3: Radar meteórico modelo SKiYMET	29
Análise de Hodógrafo	32
Seção 3.4: Determinação de parâmetros de ondas de gravidade pela análise de hodógrafo	34
Subseção 3.4.1: Ondas de gravidade polarizadas elipticamente	34
Subseção 3.4.2: Descrição matemática do hodógrafo elipse	35
CAPÍTULO 4: RESULTADOS E DISCUSSÕES	37
Seção 4.1: Polarização de ondas de gravidade	37
Seção 4.2: Hodógrafos e polarização de ondas de gravidade	38
Subseção 4.2.1: Ajuste harmônico para estimar o comprimento de onda vertical	58
Seção 4.3: Algumas considerações a cerca dos hodógrafos registrados	59
Seção 4.4: Incertezas relacionadas à análise de hodógrafo	60

Seção 4.5: Alguns estudos das ondas de gravidade-inércia em latitudes equatoriais	60
CAPÍTULO 5: CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	62
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	65
ANEXO A: PARÂMETROS DA ELIPSE.....	69

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Atmosfera da Terra

A atmosfera terrestre é uma camada formada por uma mistura de gases que protege todos os seres vivos das radiações e partículas prejudiciais que chegam do Sol e do espaço. Ela é composta, basicamente, de nitrogênio (78,08%), oxigênio (20,95%) e Argônio (0,93%). Existem ainda diversos constituintes gasosos, em quantidade menor, os quais formam um grupo de constituintes minoritários, também chamados de gases traços. Alguns destes constituintes como o dióxido de carbono (CO_2), o metano (CH_4), o óxido nitroso (N_2O), as partículas (poeira e fuligem entre outros) e os clorofluorcarbonetos (CFC's) quando sofrem aumento, mesmo que pequeno, na sua concentração, dão indicativo de poluição do ar. O vapor d'água é abundante na baixa atmosfera e sua concentração é bastante variável de lugar para lugar, e é regulada pelos processos de evaporação e de precipitação. Mais valores de componentes gasosos atmosféricos podem ser encontrados em AHRENS (2004).

Estrutura vertical básica da atmosfera

É convencional dividir a atmosfera em camadas, podendo ser classificada pela constituição química, pela concentração de elétrons, pelo perfil vertical da temperatura e, etc..

A variação vertical da temperatura média com a altitude é bastante utilizada para distinguir as camadas atmosféricas. Classificando a atmosfera terrestre segundo a variação do perfil de temperatura, tem-se a seguinte divisão: troposfera, estratosfera, mesosfera e termosfera, que são separadas por regiões de transição denominadas de tropopausa, estratopausa e mesopausa, respectivamente. Ver Figura 1.1.

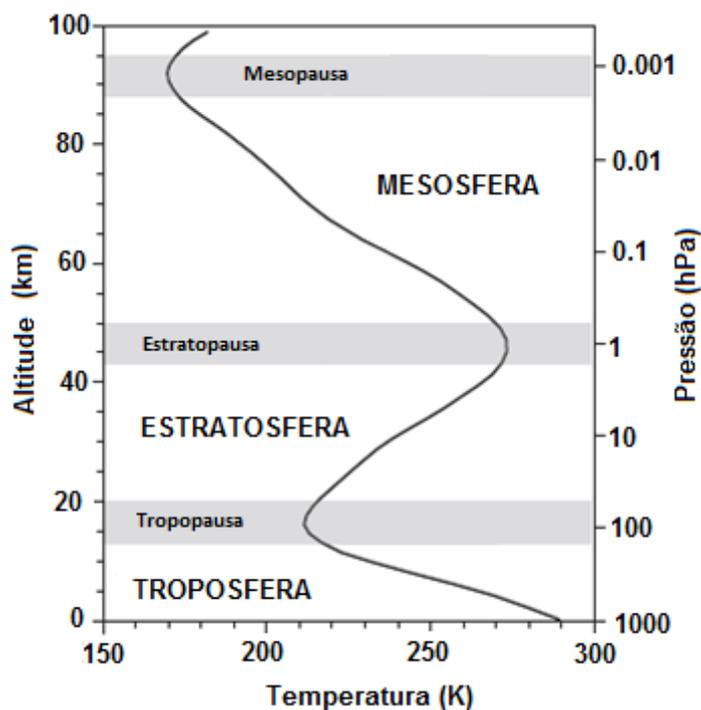


Figura 1.1: Representação artística do perfil vertical da temperatura atmosférica.

Troposfera: é a camada inferior, onde ocorrem os fenômenos de interesse meteorológico. Nesta camada a temperatura decresce com a altitude a partir de aproximadamente 290K na superfície, em uma taxa quase constante em torno de 6,5K/km até atingir em torno de 220K a 11 km de altitude. A absorção da radiação solar direta pela superfície terrestre é o principal processo de aquecimento na troposfera, tendo como contribuição secundária, o aquecimento causado pela absorção da radiação no infravermelho pelo dióxido de carbono (CO_2), metano (CH_4), vapor d'água (H_2O) e outros constituintes. Como o aquecimento da superfície terrestre não é uniforme, o ar mais aquecido tende a ascender, enquanto que o ar menos aquecido tende a descender, gerando processos convectivos e turbulentos nesta camada. A obtenção de dados para estudo da dinâmica e composição desta região é mais fácil, pois, em geral, são utilizados instrumentos instalados a bordo de aviões e balões e na própria superfície.

Estratosfera: é a camada acima da tropopausa, na qual a temperatura aumenta com a altitude, atingindo cerca de 270 K em torno de 50 km. Este aquecimento é resultado da absorção da radiação ultravioleta solar pelo ozônio, cuja razão de mistura volumétrica alcança o máximo em torno dos 35 km de altura. A absorção da radiação aumenta o nível de agitação das moléculas de ozônio que, ao colidirem com outras moléculas, promove o aumento da temperatura da sua vizinhança. A importância da camada de ozônio reside no fato de mesmo auxiliar na manutenção do balanço de calor, e reduzir a quantidade de radiação ultravioleta que alcança a superfície terrestre.

Mesosfera: é a camada que se encontra acima da estratopausa. A principal fonte de calor nesta região é a absorção do ultravioleta pelo ozônio próximo da estratopausa. As temperaturas mais baixas da atmosfera terrestre são atingidas na região da mesosfera, podendo alcançar valores menores do que 180K na mesopausa em torno de 100 km. As baixas temperaturas das regiões mesosférica e da mesopausa não podem ser explicadas apenas através de processos radiativos. Faz-se necessário recorrer aos processos dinâmicos decorrentes dos movimentos ondulatórios e de transferência de momento. A obtenção de dados para o estudo da dinâmica e composição da mesosfera é feita principalmente por instrumentos a bordo de foguetes, equipamentos sensíveis à luz emitida nessa região e radares, como por exemplo, os meteoricos.

Termosfera: é a camada acima da mesopausa, onde a temperatura aumenta rapidamente com a altura até atingir o limite máximo, denominada temperatura exosférica. A alta temperatura desta região é decorrente da absorção da radiação solar direta no ultravioleta e no extremo ultravioleta pelo oxigênio atômico.

A Figura 1.2 mostra o perfil vertical de temperatura média para São João do Cariri - PB (7,4° S; 36,5° O) em 02 de fevereiro de 2005. Observando-se a figura, nota-se uma boa concordância entre os perfis de temperatura determinados por dados de SABER (Sounding of the Atmosphere using Broadband Emission) e o

modelo MSISE-90 (Mass Spectrometer - Incoherent Scatter) para os intervalos de altitude entre 20 km a 35 km e de 55 km a 75 km.

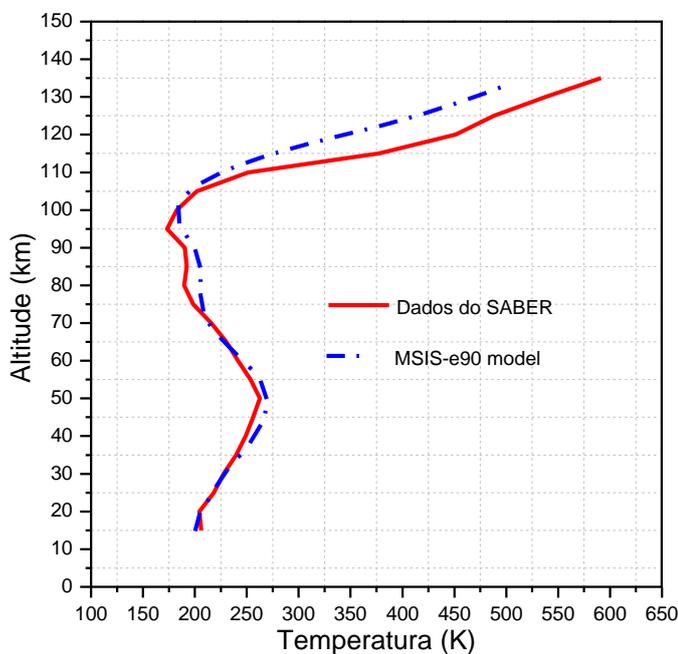


Figura 1.2: Perfil vertical da temperatura média para São João do Cariri em 02 de fevereiro de 2005. A linha em vermelho representa a temperatura registrada pelo instrumento SABER e a linha tracejada azul representa a temperatura inferida pelo modelo MSISE-90.

Atmosfera e movimentos ondulatórios

A atmosfera suporta uma grande diversidade de movimentos ondulatórios, em diferentes escalas espaciais e temporais. De acordo com o seu período, as principais ondas atmosféricas de interesse geofísico são classificadas como: ondas de gravidade, maré atmosférica e ondas planetárias.

Geralmente, as ondas atmosféricas crescem em amplitude à medida que se propagam para cima devido ao decréscimo exponencial da densidade da atmosfera com o aumento da altitude. Enquanto que, na baixa atmosfera, a amplitude da velocidade dessas ondas é da ordem de poucos cm/s, na mesosfera superior podem atingir dezenas ou mesmo centenas de m/s, exercendo fortes efeitos em muitos aspectos da dinâmica da atmosfera. As ondas atmosféricas também podem

se dissipar em sua trajetória na atmosfera. Os processos físicos que atuam são turbulência, viscosidade molecular, condutividade térmica, arraste dos íons e transferência de radiação térmica.

1. *Ondas de Gravidade*

As ondas de gravidade (GWs, do inglês “Gravity Waves”) começaram a ser investigadas nos anos 50 a partir de observações dos perfis de ventos na alta atmosfera, obtidos através de foguetes. Os ventos nesta região atmosférica apresentavam valores intensos e grande variação em função da altura. Supunha-se, então, que tais ventos eram irregulares, pois apresentavam características distintas às dos ventos observados na baixa atmosfera. Com uma série de artigos publicados por C. O. Hines a partir da década de 1950, explicou-se que o comportamento daqueles ventos ditos “irregulares” podia ter origem nos modos de propagação de ondas internas na atmosfera, cuja origem é devida, principalmente, ao balanço entre forças de gravidade, de Coriolis e do gradiente de pressão. Atualmente sabe-se que as ondas de gravidade desempenham um importante papel na dinâmica da atmosfera, sendo responsável por turbulência e mistura de constituintes, transferência de momento e energia, interações com marés e ondas planetárias, variações na estrutura térmica mesosférica e, principalmente, pela interação e modificação do fluxo médio da atmosfera (FRITTS e ALEXANDER, 2003). As ondas de gravidade atmosféricas são resultados de perturbações que ocorrem uma parcela de fluido atmosférico e que são capazes de desestabilizar o equilíbrio hidrostático dessa parcela. São chamadas de ondas de gravidade porque a força restauradora principal é a gravidade. Como, a atmosfera se encontra em equilíbrio entre as forças do gradiente de pressão e da força de gravidade, se uma parcela de ar for deslocada deste equilíbrio hidrostático, em oposição a essa perturbação aparecerá uma força restauradora, de tal forma a retornar a parcela de ar deslocada a sua posição original. Uma vez que isto ocorra, esta parcela de ar vai oscilar em torno da sua posição inicial com uma frequência característica. Esta frequência é denominada frequência de Brunt-Väisälä. As ondas de gravidade possuem frequências menores do que a frequência de Brunt-Väisälä. As GWs que se propagam da baixa atmosfera para a alta atmosfera sofrem um aumento de energia

à medida que se propagam devido à ação de ventos, gradiente de temperatura e pressão e a densidade decrescente da atmosfera neutra (BEER, 1974).

Há uma grande diversidade de ondas de gravidade, caracterizadas por diferentes frequências, diferentes comprimentos de onda e com diferentes direções de propagação, e seus períodos podem variar de minutos a horas. As observações têm mostrado que as GWs podem se apresentar como estruturas policromáticas complexas ou até mesmo na forma de pulsos solitários. Contudo, em muitos dos casos, uma GW pode ser aproximada como uma estrutura monocromática sem perder muito sua essência. Com esse recurso, o tratamento matemático se torna menos complexo e, desta forma, é possível quantificar as características de propagação dessa onda. A primeira simplificação que será usada nesse trabalho é a suposição de GWs monocromáticas. Para o estudo destas ondas, foi aplicado o método da análise de hodógrafo.

Algumas técnicas de observação comumente empregadas para as ondas de gravidade são: foguetes, granadas, fotografias de nuvens noctilucetas (em altas latitudes), fotômetros, interferômetros, ondas de rádio através de radares, lidar, imageadores, radiossondas e etc. A sua análise pode ser feita através de perfil vertical do vento, perfil de temperatura, perfil de aeroluminescência, imageamento, hodógrafo, transformada de Fourier entre outros (BURITI, 1997; MEDEIROS, 2001).

2. *Marés atmosféricas*

Marés atmosféricas são oscilações globais com períodos de um dia, ou uma sua fração dele. As componentes mais importantes da maré solar encontradas na atmosfera terrestre são a diurna (24 h), as semidiurna (12 h) e terdiurna (8 h). Elas podem ser geradas por aquecimento térmico ou por meio de processos tais como a absorção de radiação solar (marés térmicas), tais como o aquecimento do vapor d'água na troposfera, o ozônio na média atmosfera, e oxigênio molecular por absorções de ultravioleta e extremo ultravioleta na baixa atmosfera. Existem ainda marés devido à ação da gravidade que é impulsionada através da lua e do sol (marés gravitacionais).

O tratamento matemático para marés é bem mais complicado do que das ondas de gravidade. Devem-se considerar vários efeitos do meio onde acontece a

propagação e também as características físicas do excitador. Como as marés são ondas de grande escala horizontal, o tratamento matemático que parte das equações básicas da atmosfera requer a consideração da esfericidade da Terra, da força de Coriolis, de um sistema de coordenadas esféricas, e ainda, para um melhor entendimento quantitativo, torna-se necessário considerar uma atmosfera básica realista, além de uma parametrização apropriada do excitador, considerando-se ainda os efeitos de dissipação e arraste iônico e de aproximações que dependem do problema particular.

As técnicas de observação de marés são semelhantes às aquelas empregadas às ondas de gravidade, no entanto, requerem séries mais longas de dados e podem até ter resolução temporal menor.

3. *Ondas Planetárias*

Na atmosfera terrestre também existem ondas de grande escala global que são influenciadas pela curvatura da Terra e por sua rotação (efeito de Coriolis). A variação da magnitude do efeito de Coriolis com a latitude atua como um campo de força externa que resulta em ondas horizontais transversas com comprimentos de onda da ordem de milhares de km (BEER, 1974).

As ondas com períodos de vários dias e localizadas em latitudes médias são conhecidas como ondas de Rossby. O tratamento matemático é semelhante ao usado para as marés. Entre as fontes geradoras das ondas planetárias estão os processos convectivos, interações não lineares entre marés atmosféricas e ondas de gravidade ou modos diferentes de ondas de marés, variações isoladas na topografia, e aquecimento diferencial entre continentes e oceanos. As ondas de Rossby devem sua existência à conservação da vorticidade absoluta, decorrente da variação do parâmetro de Coriolis com a latitude.

Objetivo e estrutura da dissertação

O presente trabalho tem o objetivo de analisar ondas atmosféricas, em particular, as GWs observadas em dados de vento coletados por radar meteorológico através do método da análise de hodógrafo. Em essência a determinação dos

principais parâmetros, como a frequência intrínseca, período intrínseco, comprimentos de onda vertical e a horizontal e direção de propagação.

Esta dissertação está estruturada da seguinte forma:

- O capítulo 2 apresenta a teoria linear das ondas de gravidade, essencialmente, apresenta-se a relação de polarização para o cálculo da frequência intrínseca e também a relação de dispersão a qual possibilita o cálculo do comprimento de onda horizontal.
- O capítulo 3 faz uma descrição sucinta dos traços meteóricos, determinação das medidas de vento pela detecção de trilhas meteóricas através de radar meteórico e a descrição metodológica da análise de hodógrafo.
- O capítulo 4 apresenta os principais resultados e sua discussão acerca da determinação de parâmetros de ondas de gravidade através da análise de hodógrafo.
- O capítulo 5 apresenta as considerações finais.

CAPÍTULO 2

TEORIA PARA AS ONDAS DE GRAVIDADE

A atmosfera terrestre é capaz de suportar um grande número de fenômenos ondulatórios. As ondas atmosféricas são variações dos campos atmosféricos que se propagam no espaço e no tempo. Estas ondas são causadas por perturbações que provocam o desequilíbrio dos campos a partir de um estado básico, e são possíveis graças às forças restauradoras, as quais, por oposição às perturbações, comportam oscilações locais nas propriedades dos campos atmosféricos. São vários os critérios adotados para classificar estes movimentos ondulatórios. De acordo com os mecanismos restauradores, têm-se as ondas acústicas que são devidas a compressão e expansão do ar, as ondas de gravidade internas devem a sua existência a estratificação, enquanto que as ondas de gravidade-inércia resultam de uma combinação da estratificação e dos efeitos da força de Coriolis. Já as ondas devidas às forças rotacionais são as ondas de escala planetária ou de Rossby.

Na seguinte seção, será apresentada a teoria matemática das ondas de gravidade, na qual foram obtidas relações dinâmicas para a determinação de parâmetros importantes para a caracterização das ondas observadas.

Seção 2.1: Descrição Matemática de Ondas Atmosféricas

O movimento ondulatório em um fluido apresenta duas propriedades comuns a todos os tipos de onda: a primeira diz respeito à energia, a qual é propagada de um ponto a outro; a segunda diz respeito à perturbação que se propaga através do meio sem, no entanto, provocar um deslocamento permanente no meio como um todo. Uma aproximação inicial de um fenômeno ondulatório é considerá-lo como uma perturbação num estado de equilíbrio modificando lentamente seu estado básico (BEER, 1974). Ou seja, as ondas atmosféricas podem existir na forma de pequenas perturbações num estado de equilíbrio, de maneira que podem ser descritas por equações lineares. Esta aproximação significa que pequenas

oscilações de diferentes amplitudes, comprimentos de onda ou frequência podem ser superpostos sem que ocorra interação entre ondas distintas. Nestas circunstâncias qualquer variação, complexa ou não, pode ser analisado nas suas componentes senoidais regulares (ou componentes de Fourier), cada qual com sua própria frequência e comprimento de onda (BEER, 1974).

As equações básicas usadas na descrição dinâmica dos campos atmosféricos são:

$$\left(\frac{D\vec{V}}{Dt}\right) + 2\vec{\Omega} \times \vec{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \vec{g} + \frac{1}{\rho} \vec{F}, \quad (2.1)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0, \quad (2.2)$$

$$J = C_v \frac{DT}{Dt} + p \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\rho} \right), \quad (2.3)$$

$$p = \rho RT. \quad (2.4)$$

- A equação (2.1) representa o movimento do vento cujo vetor velocidade é $\vec{V} = (u, v, w)$; o termo $2\vec{\Omega} \times \vec{V}$ representa a força de Coriolis por unidade de massa, em que $\vec{\Omega} = (0, \Omega_y, \Omega_z)$ é a velocidade angular da Terra, \vec{g} é a aceleração da gravidade, ρ , p e \vec{F} são, respectivamente, a densidade, a pressão atmosférica e uma força externa. O termo $D/Dt = \partial/\partial t + \vec{V} \cdot \nabla$ é

conhecido como operador de Stokes, e representa a derivada total na descrição Euleriana¹ do movimento de um fluido.

- A equação (2.2) é a equação de continuidade que representa a conservação de massa dentro de um volume imaginário.
- A equação (2.3) é a equação que representa a conservação de energia, em que J e C_v são o calor que entra numa parcela de ar por unidade de massa e por unidade de tempo e o calor específico a volume constante, respectivamente. O termo $\rho D/Dt(1/\rho)$ é o trabalho feito pela massa quando se expande ou comprime.
- A equação (2.4) é a lei dos gases perfeitos que pode ser aplicada para o ar seco.

Essas equações básicas estão descritas num sistema de coordenadas cartesianas, em que x é positivo para o Norte, y para o Leste e z na vertical para cima. O livro de Gossard e Hooke (1975) apresenta uma boa descrição algébrica para o desenvolvimento matemático do fluxo médio da atmosfera.

Seção 2.2: Ondas de Gravidade - Solução Matemática

Matematicamente, numa primeira aproximação, as equações que governam os movimentos ondulatórios podem ser linearizadas com relação às quantidades perturbadas e têm coeficientes que são independentes da posição e do tempo, uma vez que as ondas que se propagam a partir de uma perturbação inicial podem assumir uma forma complexa. Neste método, as variáveis de campo são divididas em duas partes: uma que descreve o estado básico, que é usualmente assumida

¹ Este método consiste em fixar-se o tempo para observar as propriedades do fluido em vários pontos pré-estabelecidos, podendo-se assim obter uma “visão” do comportamento do escoamento naquele instante.

independente de tempo e longitude, e a outra parte é a perturbação, que é o desvio local a partir do campo básico (HOLTON, 2004).

Para uma atmosfera com um perfil básico isotérmico e cujas perturbações são adiabáticas, supondo-se perturbações apenas de primeira ordem nos campos velocidade, pressão e densidade nas equações (2.1)-(2.4), tem-se:

$(u, v, w, p, \rho) = (u_0, v_0, w_0, p_0, \rho_0) + (u', v', w', p', \rho')$, em que os parâmetros com índice zero representam os estados básicos e os parâmetros com linha representam as perturbações.

Substituindo-se as perturbações acima em (2.1)-(2.3) e equacionando os termos de primeira ordem, obtém-se outra forma do conjunto das equações básica da atmosfera, ou seja:

$$\rho_0 \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V}_0 \cdot \nabla \vec{V} \right) - \nabla p' - \rho' \vec{g} + 2\rho_0 \vec{\Omega} \times \vec{V}' = 0, \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{V}_0 \cdot \nabla \rho' + w' \frac{\partial \rho_0}{\partial z} + \rho_0 \nabla \cdot \vec{V}' = 0, \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \vec{V}_0 \cdot \nabla p' + w' \frac{\partial p_0}{\partial z} - \gamma RT_0 \left(\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \vec{V}_0 \cdot \nabla \rho' + w' \frac{\partial \rho_0}{\partial z} \right) = 0. \quad (2.7)$$

Na última equação, $\gamma = C_p/C_v$ e γRT_0 é quadrado da velocidade do som na atmosfera com temperatura T_0 constante. O parâmetro R é a constante universal dos gases por unidade de massa molecular M , ou constante específica dos gases. Nas equações (2.5)-(2.7) foi assumido que a atmosfera não é ionizada, não tem turbulência ou viscosidade. Supondo soluções tipo onda-plana, e usando a seguinte

transformação dos parâmetros atmosféricos sugerida em Gossard e Hooke (1975), tem-se:

$$\tilde{a} = \left(\frac{\rho_0}{\rho_s} \right)^{\pm \frac{1}{2}} a'.$$

Os termos \tilde{a} e a representam $(\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w}, \tilde{p}, \tilde{\rho})$ e (u', v', w', p', ρ') , respectivamente. Estes parâmetros são quantidades perturbadas, porém, agora sem as linhas. Os parâmetros ρ_0 e ρ_s são a densidade do gás majoritário médio e a densidade a uma altitude de referência. Assim, após desenvolvimento algébrico, pode-se escrever as equações para o vento $\vec{V} = (u, v, w)$ e pressão p da seguinte maneira:

$$\frac{D\tilde{u}}{Dt} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} - f\tilde{v} = 0, \quad (2.8)$$

$$\frac{D\tilde{v}}{Dt} + \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial y} + f\tilde{u} = 0, \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{\rho_s c_s^2} \frac{D\tilde{p}}{Dt} + \frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial y} + \left(\frac{\partial}{\partial z} - \Gamma \right) \tilde{w} = 0, \quad (2.10)$$

$$\left(\frac{D^2}{Dt^2} + N^2 \right) \tilde{w} + \frac{1}{\rho_s} \frac{D}{Dt} \left(\frac{\partial}{\partial z} + \Gamma \right) \tilde{p} = 0. \quad (2.11)$$

O parâmetro Γ é o coeficiente de Eckart, que reflete a influência do gradiente de densidade nos termos inerciais, é dado por:

$$\Gamma = \frac{1}{2\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} + \frac{g}{c_s^2}. \quad (2.12)$$

Ainda da equação (2.11), f é a frequência inercial (também conhecido como parâmetro de Coriolis), N é a frequência de Brunt-Väisälä.

Será conveniente usar uma aproximação hidrostática em que $\rho \propto P \propto \exp(-gz/RT)$ para obter-se uma expressão mais simples para N .

Partindo-se da equação hidrostática,

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = -\rho g, \quad (2.13)$$

e isolando o termo que indica a pressão atmosférica na lei dos gases perfeitos da equação (2.4) e substituindo em (2.13) tem-se:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} = -\frac{g}{RT}. \quad (2.14)$$

Considerando-se uma atmosfera isotérmica, a pressão e a densidade podem ser tomadas como sendo dependentes apenas da altura z . Portanto, integrando ambos os lados de (2.14) obtém-se:

$$\rho(z) = \rho_s \exp(-gz/RT). \quad (2.15)$$

A frequência de Brunt-Väisälä ao quadrado é definida como:

$$N^2 = -g \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} + \frac{g}{c_s^2} \right). \quad (2.16)$$

Substituindo (2.14) em (2.16), obtém-se:

$$N^2 = \frac{g^2}{RT} \left(1 - \frac{RT}{c_s^2} \right) = \frac{g^2}{RT} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right). \quad (2.17)$$

Seção 2.3: Determinação de algumas relações dinâmicas

Será considerado, a partir de agora, que a onda tem uma componente horizontal (plano $\chi = (x, y)$) e uma vertical z , ver figura 2.1. Sejam k , m e ω , o número de onda horizontal, vertical e a frequência angular observada do solo, ou *frequência aparente*. Tomando as soluções de (2.8)-(2.11) do tipo:

$$\tilde{a} = A \exp[i(k\chi + mz - \omega t)]. \quad (2.18)$$

O termo A representa uma amplitude complexa $k^2 = \kappa^2 + \iota^2$.

Substituindo a eq.(2.18) em (2.8)-(2.11), obtém-se o seguinte sistema de equações na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \rho_s \omega_{\text{int}} & -i\rho_s f & 0 & -\kappa \\ i\rho_s f & \rho_s \omega_{\text{int}} & 0 & -\iota \\ \kappa & \iota & (m + i\Gamma) & -\frac{\omega_{\text{int}}}{\rho_s c_s^2} \\ 0 & 0 & \left(\frac{\rho_s}{\omega_{\text{int}}} \right) (N^2 - \omega_{\text{int}}^2) & (m - i\Gamma) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \\ \tilde{w} \\ \tilde{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

A Figura 2.1 mostra a representação de uma onda se propagando para cima, onde se pode notar a representação de alguns parâmetros utilizados neste tratamento.

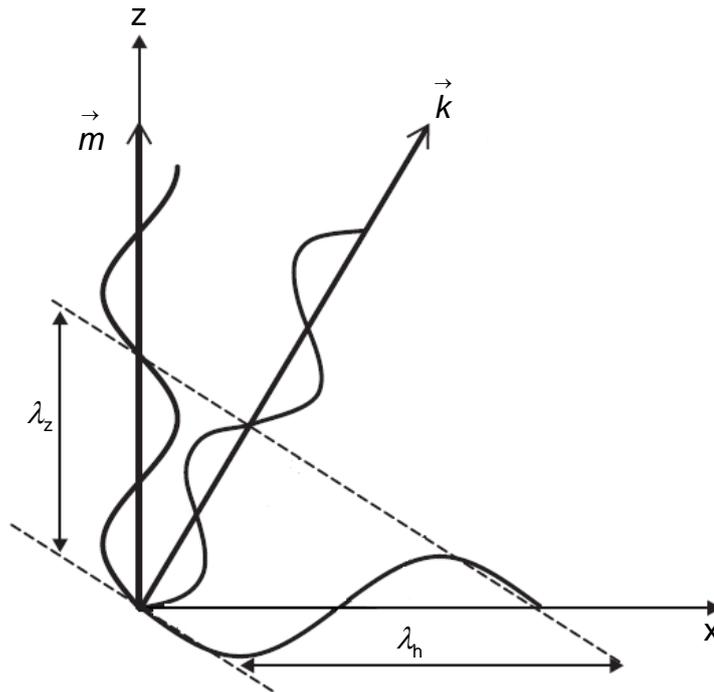


Figura 2.1: Representação artística de uma onda com duas cristas (linha pontilhada) se propagando no plano x-z.

Fonte: Modificado de NAPPO, 2002.

A solução de (2.19) é um sistema linear homogêneo, requer que o determinante da primeira matriz seja igual à zero para que a solução seja não trivial. Ao resolver esta equação obtém-se a seguinte relação de dispersão da onda:

$$m^2 = \left(\frac{N^2 - \omega_{\text{int}}^2}{\omega_{\text{int}}^2 - f^2} \right) k^2 + \frac{\omega_{\text{int}}^2}{c_s^2} - \frac{(N^2 + c_s^2 \Gamma^2)}{c_s^2}. \quad (2.20)$$

Definindo $N^2 + c_s^2 \Gamma^2 \equiv N_a^2$, tem-se:

$$m^2 = \left(\frac{N^2 - \omega_{\text{int}}^2}{\omega_{\text{int}}^2 - f^2} \right) k^2 + \frac{(\omega_{\text{int}}^2 - N_a^2)}{c_s^2}. \quad (2.20a)$$

O termo N_a é denominado frequência acústica de corte. Esta frequência indica que duas ondas internas distintas podem existir: uma de alta frequência com $\omega_{\text{int}} > N_a$ e outra de baixa frequência com $\omega_{\text{int}} < N$ e, ainda, existe um intervalo no espectro das frequências para $N \leq \omega_{\text{int}} \leq N_a$, em que as ondas internas não se propagam. Estas são conhecidas como ondas evanescentes. Nestas condições, as equações (2.20) e (2.20a) correspondem a dois tipos de ondas, o primeiro termo à direita é relativo às ondas de gravidade (ondas com períodos acima de $\cong 5$ minutos) e o segundo é relativo às ondas gravidade-acústicas. A Figura 2.2 mostra o comportamento desta relação para vários períodos de oscilação. Para m ser real, ou seja, para que a onda se propague verticalmente é necessário que $\omega_{\text{int}}^2 < N_a^2$, no caso das ondas acústicas ou $N^2 < \omega_{\text{int}}^2 < f^2$, no caso de ondas de gravidade.

O parâmetro ω_{int} é a frequência angular da onda determinada por um observador que se desloca junto com o vento médio de fundo, também chamada de *frequência intrínseca* da onda e, a sua relação com a frequência aparente ω é dada por:

$$\omega_{\text{int}} = \omega - \vec{k} \cdot \vec{V}_0. \quad (2.21)$$

O termo \vec{V}_0 é a velocidade do vento médio de fundo na direção de propagação horizontal da onda e \vec{k} é o vetor de onda horizontal. Esta equação mostra que a propagação com velocidade constante sobre um fluxo médio provoca um “deslocamento Doppler” na frequência. A frequência intrínseca que aparece na relação de dispersão determina as características da onda de gravidade.

A direção e velocidade da onda são descritas pela velocidade de grupo, dada por:

$$\mathbf{c}_{\text{grupo}} = \left(\frac{\partial \omega}{\partial k}, \frac{\partial \omega}{\partial m} \right), \quad (2.22)$$

A velocidade de fase de ondas de gravidade e ondas acústicas, no plano (k, m) é dada por:

$$c_{fase} = \frac{\omega_{int}}{(k^2 + m^2)^{1/2}}, \quad (2.23)$$

A Figura 2.2, mostra que a velocidade de fase é paralela ao vetor de onda enquanto a velocidade de grupo é perpendicular às linhas de contorno de período constante. No caso de ondas de gravidade, enquanto esta se propaga para cima, a fase propaga-se para baixo. De fato, para as ondas de gravidade, o fluxo de energia tem um componente para baixo, quando a progressão de fase tem uma componente para cima e vice-versa (GOSSARD e HOOKE, 1975).

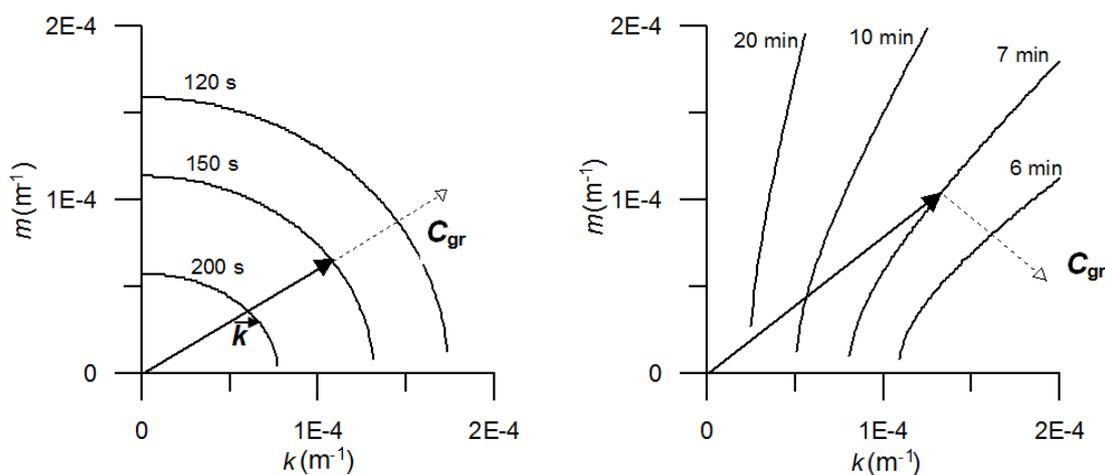


Figura 2.2: Relação de dispersão (equação 2.16) de ondas de gravidade acústicas (à direita) e ondas de gravidade (à esquerda) no plano k - m . As curvas representam ondas com períodos constantes (mostrado na figura) numa atmosfera isotérmica. O diagrama indica a velocidade de grupo (C_{gr}) e o número de onda k . Supomos $N = 2,1 \cdot 10^{-2} \text{ rad/s}$, $f = 8,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad/se}$ $H = 6000 \text{ m}$. A abscissa é o número de onda horizontal e a ordenada é o número de onda vertical.

Fonte: BURITI, 1997.

Outras relações importantes podem ser obtidas a partir da substituição da eq.(2.14) nas eqs. (2.8) e (2.11), escritas como:

$$\tilde{v} = -i \frac{f}{\omega_{\text{int}}} \tilde{u}, \quad (2.24)$$

$$\tilde{w} = -\frac{f}{\omega_{\text{int}}} \tilde{u}. \quad (2.25)$$

A eq.(2.24) implica uma onda polarizada elipticamente se propagando na direção horizontal dependente das perturbações dos ventos zonal \tilde{u} e meridional \tilde{v} . Isto significa que \tilde{u} e \tilde{v} representam geometricamente os semieixos da elipse projetada na direção horizontal de propagação da onda. Se estas perturbações forem conhecidas, pode-se determinar a frequência intrínseca e o correspondente período intrínseco da onda de gravidade usando propriedades da elipse. No próximo capítulo será descrito a correlação dessa equação com o método de análise de hodógrafo.

CAPÍTULO 3

INSTRUMENTAÇÃO E METODOLOGIA

Radar meteórico

Diversas técnicas estão sendo empregadas para a observação da dinâmica da atmosfera. No caso do movimento das camadas de ar, essas técnicas têm a finalidade de quantizar a termodinâmica da atmosfera. As técnicas de radar são usadas para o estudo da atmosfera há mais de 50 anos. No entanto, as primeiras observações foram predominantemente para fins astronômicos, como observação de chuvas de meteoros e estimativa da velocidade de meteoroides. As observações atmosféricas foram feitas mais tarde através da medição da velocidade radial da trilha meteórica ionizada para investigação da dinâmica da mesosfera e da baixa termosfera.

O uso radares MST (Mesosfera-Estratosfera-Troposfera) constituiu um campo de estudo desenvolvido, principalmente, a partir de observações de ecos de radar por Woodman e Guillén (1974), em alturas troposféricas utilizando um radar ionosférico de 50 MHz localizado no Peru. Vários radares projetados especificamente para estudos troposféricos foram rapidamente desenvolvidos, especialmente pelo grupo SOUSY na Alemanha e o NOAA nos EUA (HOCKING, 2010).

Seção 3.1: Processos de interação do meteoróide com a atmosfera terrestre

No estudo de ventos na alta atmosfera, o uso dos radares meteóricos permite o estudo contínuo por longos períodos, possibilitando a avaliação das variações diurnas e sazonais no regime de ventos. Ao contrário dos outros métodos de medição da atmosfera, as medições de radar podem proporcionar boas resoluções independentemente das condições meteorológicas. A mesosfera e baixa termosfera denominadas região MLT (do inglês, “Mesosphere and Lower Termosphere”)

constituem uma parte importante da atmosfera da Terra onde o fenômeno de meteoros é observado.

Na região da atmosfera da Terra compreendida entre 70 e 110 km de altitude é encontrada uma grande quantidade de partículas e de poeira advindas diariamente do meio interplanetário, as quais recebem o nome de meteoróide. Quando atingem certa região da atmosfera podem dar origem a um fenômeno luminoso conhecido como meteoro. Quando este objeto atinge a superfície terrestre recebe o nome de meteorito.

A figura abaixo apresenta o processo básico de interação dos meteoróides com a atmosfera terrestre que pode ser separada em quatro etapas distintas (CEPLECHA *et al.*, 1998): pré-aquecimento, ablação, obscurecimento e impacto.

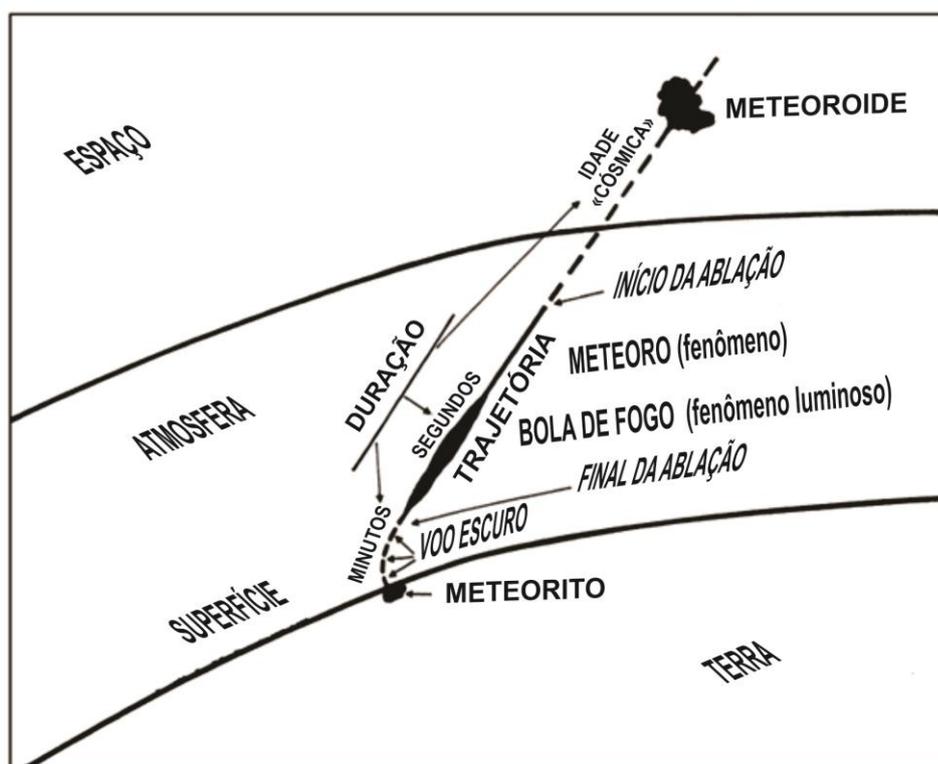


Figura 3.1: Representação artística dos principais estágios de interação de um meteoróide com a atmosfera.

Fonte: Modificado de CEPLECHA *et al.*, 1998.

- **Pré-aquecimento**

O pré-aquecimento é causado pelas colisões dos meteoroides com as partículas constituintes do ar na atmosfera quando estes corpos se deslocam a uma altura de 300 a 100 km da Terra. A temperatura superficial do meteoróide cresce exponencialmente com o tempo, enquanto que no interior da maioria dos meteoróides (exceto grãos muito pequenos) permanece praticamente sem aquecimento. O pré-aquecimento é um fenômeno rápido durando apenas alguns ou dezenas de segundos. Para corpos maiores do que um milímetro, o processo é regido pela condutividade térmica, enquanto que a transferência de radiação se torna muito importante para os pequenos corpos. Quando a tensão de superfície (compressão tangencial) atinge a intensidade da resistência do material, inicia-se a fragmentação; isto coincide com aquecimento a cerca de 900 K para uma rocha sólida homogênea da ordem de centímetros a tamanhos maiores.

- **Processo de ablação**

É o próximo estágio de interação do meteoróide na atmosfera. Inicia com a fragmentação de sua superfície a temperaturas baixas. O estágio final da ablação corresponde à evaporação tanto do meteoróide quanto dos seus fragmentos ao atingirem temperaturas maiores ou iguais a 2500 K. A ablação é um processo importante, sendo uma consequência da transferência de energia cinética do meteoróide para o meio. Esta perda de energia implica na desaceleração do meteoróide. Se uma partícula se desloca a 3 km/s em uma determinada região da atmosfera bem acima da superfície terrestre e com uma massa significativa, essa partícula continua caindo em direção ao solo, mas sem emitir radiação. Esta fase corresponde a um voo obscuro do meteoróide, pois não há gás quente o suficiente em torno desta partícula para formar uma trilha excitada e ionizada.

- **Obscurecimento do meteoróide**

A ablação cessa durante este estágio. Não há energia cinética suficiente para evaporar qualquer, ou para fornecer aquecimento. O processo agora é exatamente o oposto: é um resfriamento rápido (exponencial com o tempo). Uma fina crosta é então criada em volta do material restante do meteoróide devido à baixa

temperatura. Nesse estágio, a partícula sofre grande desaceleração e sua velocidade diminui para centenas de m/s.

- **Impacto**

As velocidades de impacto de meteoritos na superfície terrestre variam, em geral, de 10m/s a 100m/s para massas terminais entre 10g e 10kg, respectivamente. O impacto destas partículas forma pequenos buracos no solo, cujos tamanhos são maiores do que a dimensão do próprio meteorito. Contudo, se acontecer de um meteoro sofrer continuamente o processo de ablação até atingir a superfície terrestre, um impacto muito maior ocorrerá. Neste caso, formam-se imensas crateras causadas pela súbita explosão gerada em consequência da enorme quantidade de energia cinética que é transferida ao solo devido à abrupta desaceleração do meteoróide no momento do impacto.

Seção 3.2: Determinação do vento neutro através de trilha meteórica usando radar meteórico

Os efeitos do campo magnético sobre a dinâmica das partículas podem ser desprezados devido ao movimento de translação e rotação dos elétrons e íons formados no processo de ablação. Desta forma, os traços meteóricos se movimentam devido à ação dos ventos neutros. A translação dos elétrons produz um deslocamento Doppler no sinal refletido pelo traço meteórico. A partir deste deslocamento pode-se determinar a velocidade radial da trilha meteórica e por consequência, a posição, a velocidade e direção do vento que o transportou.

Um radar (Radio Detection And Ranging) é composto basicamente por uma antena transmissora que emite pulsos eletromagnéticos na faixa de rádio frequências e por uma ou um conjunto de antenas receptoras. Dependendo das características do meio pelo qual os pulsos transmitidos se propagam, estes podem ser refletidos ou espalhados. Os pulsos refletidos de forma especular são detectados pelo radar como ecos. A Figura 3.2 mostra uma configuração de antenas para um radar meteórico.

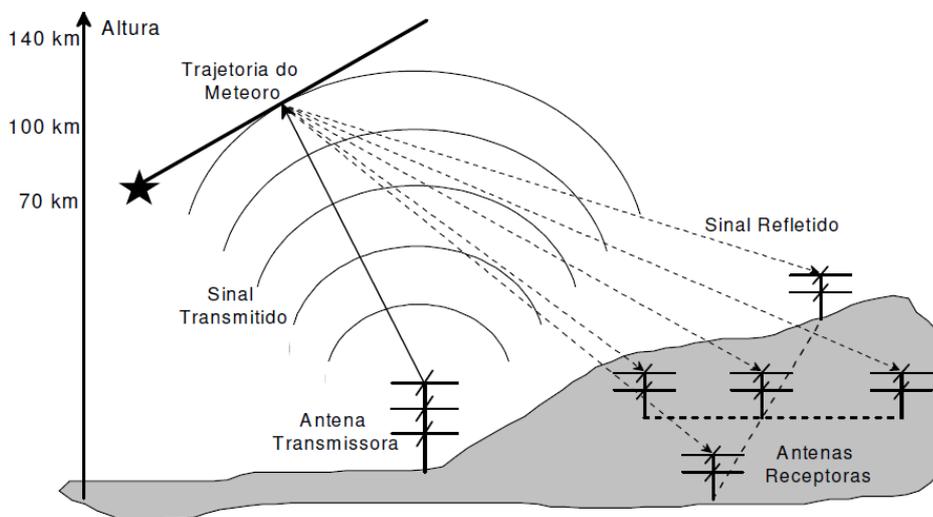


Figura 3.2: Representação artística da distribuição de antenas de um radar meteorológico.

Fonte: WRASSE, 2004.

Ao observar como a trilha de meteoros varia com o tempo, algumas deduções podem ser feitas sobre a velocidade e direção do vento atmosférico na altura em que o meteoro foi observado. Cada eco de meteoro é, essencialmente, uma medição localizada do vento feita a partir de um pequeno volume de atmosfera e em pequenas escalas de tempo em comparação com períodos de ondas de gravidade-inércia, marés e ondas planetárias. A análise do tempo de decaimento da trilha de meteoro permite a determinação de medições absolutas de temperaturas mesosféricas.

As componentes do vento neutro zonal (Leste-Oeste) e meridional (Norte-Sul) podem ser determinadas através da análise dos sinais refletidos pelos traços meteorológicos. Para estimar o vento neutro é necessário conhecer algumas características dos traços meteorológicos, tais como a distância, o ângulo de entrada e a direção dos mesmos.

Subseção 3.2.1: Alguns parâmetros determinados pelo radar meteórico

A distância entre um traço meteórico e o observatório pode ser determinada através do intervalo de tempo (T_A) entre o sinal transmitido pelo radar e o sinal refletido pelo meteoro. Ao assumir que o índice de refração do meio seja igual um, o alcance do traço meteórico pode ser descrito pela seguinte relação:

$$A = \frac{cT_A}{2}. \quad (3.1)$$

Como se trata de um pulso eletromagnético, a velocidade c é a velocidade da luz considerada no vácuo. O fator 2 aparece no denominador desta equação, pois corresponde ao intervalo de tempo que a onda se propaga em uma distância A . Conhecendo-se a distância do traço meteórico ao radar, a altura do meteoro pode ser determinada pela relação:

$$z = A \cos \theta. \quad (3.2)$$

O ângulo θ é medido a partir do zênite, ver Figura 3.3.

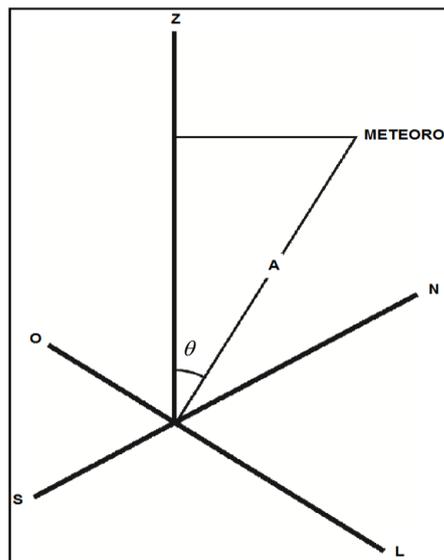


Figura 3.3: Configuração da altura do meteoro.

A entrada angular do meteoro pode ser determinado a partir da direção de chegada (ou fase) da frente de onda refletida pela trilha, na qual é medida através de um sistema interferométrico. A Figura 3.4 mostra uma configuração geométrica das antenas para determinação do ângulo de entrada do meteoro. As coordenadas x , y e z , correspondem à direção Leste-Oeste (zonal), Norte-Sul (meridional) e vertical, respectivamente. A direção do traço meteórico é obtida pela comparação da fase do sinal recebido em quatro antenas receptoras. Uma série de possíveis direções é obtida pelas antenas receptoras R_1 , R_2 , R_3 e R_4 , enquanto que a antena R_5 está disposta de forma a retirar a ambiguidade do ângulo de entrada do meteoro. O ponto P representa o ponto de reflexão especular do traço meteórico que se movimenta na direção de (θ, ψ) em relação à origem $(0,0)$. Dessa forma, θ e ψ representam o ângulo zenital e azimutal, respectivamente. O ângulo ψ é positivo quando tomado no sentido anti-horário em relação à direção x .

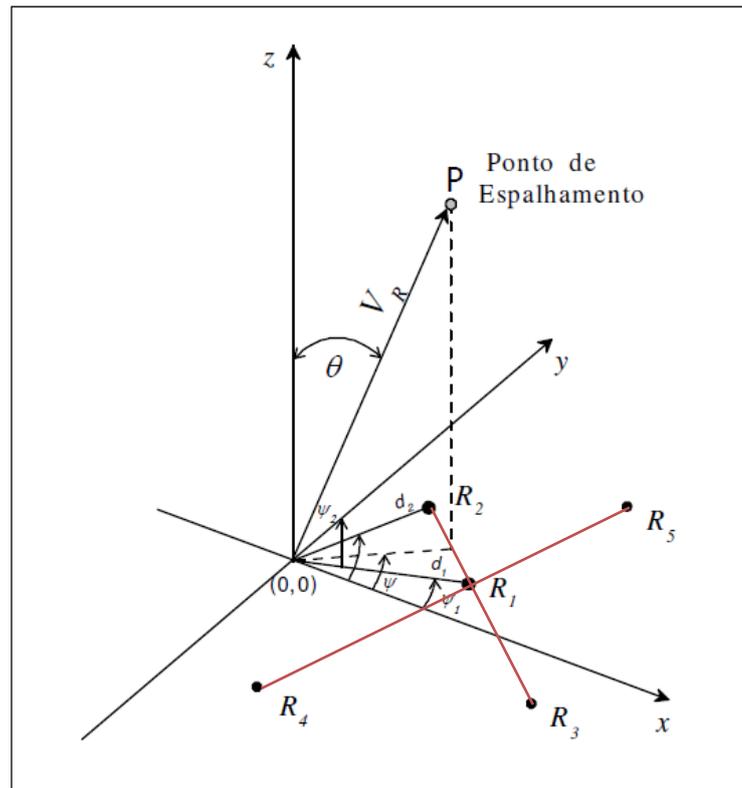


Figura 3.4: Geometria de detecção da direção angular do rastro meteórico. O ponto P representa a posição de reflexão especular do traço que se move na direção (θ, ψ) em relação à origem $(0, 0)$.

Os parâmetros dos pontos de espalhamento dos rastros meteóricos são divididos pela altura e pelo intervalo de tempo. Para calcular cada ponto de espalhamento sobre o céu, inicialmente determina-se a frequência Doppler, e então o valor da velocidade radial de cada ponto espalhado pode ser determinado a partir da seguinte equação, também usada em WRASSE (2004).

$$V_{A_i} = \frac{c}{2f} f_{d_i} \quad (3.3)$$

O índice i é a variação de 1 a n pontos espalhados identificados a uma altura z no intervalo de tempo Δt . Com isso é possível determinar o vetor velocidade radial com a seguinte relação:

$$\vec{V}_{A_i} = V_{A_i} \vec{I}_{A_i}. \quad (3.4)$$

O vetor \vec{I}_{A_i} é o vetor unitário na direção radial passando através do i-ésimo ponto, que pode ser escrito como:

$$\vec{I}_{A_i} = \alpha_i \hat{i} + \beta_i \hat{j} + \gamma_i \hat{k}. \quad (3.5)$$

Os parâmetros α_i , β_i e γ_i são os co-senos diretores do i-ésimo ponto espalhados, que podem ser expressos por:

$$\alpha_i = \text{sen}\theta_i \cos\psi_i, \quad (3.6)$$

$$\beta_i = \text{sen}\theta_i \text{sen}\psi_i, \quad (3.7)$$

$$\gamma_i = \cos\theta_i. \quad (3.8)$$

O vetor vento médio pode ser dado por:

$$\vec{V}_m = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}. \quad (3.9)$$

Os termos u , v e w são, respectivamente, as componentes zonal, meridional e vertical do campo de ventos. Wrasse (2004) apresenta um apêndice em que podem ser encontrados maiores detalhes na descrição dos cálculos dos parâmetros determinados através de medidas de radar meteorológico.

Seção 3.3: Radar meteórico modelo SKiYMET

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos pelo radar meteórico localizado no Observatório de Luminescência da Paraíba (OLAP) na cidade de São João do Cariri – PB ($7,4^{\circ}$ S; $36,5^{\circ}$ O) entre janeiro e dezembro de 2005. O sistema de radar instalado nesta região é o VHF All-Sky Radar Meteor Interferometric (SKiYMET), desenvolvido pela Genesis Software Pty Ltd em parceria com a MARDOC Inc

O SKiYMET é um sistema que possui visada de todo céu e opera numa frequência de 35,24 MHz, com uma taxa de 2144 pulsos por segundo. A alta frequência possibilita reduzir a ambiguidade da detecção do eco meteórico (HOCKING *et al.*, 2001). O sistema de antenas desse radar é composto por uma antena transmissora Yagi de três elementos e cinco antenas receptoras dispostas em forma de cruz assimétrica. Este arranjo é estabelecido de forma a minimizar a ambiguidade no sinal recebido. O sistema é controlado por um microcomputador que faz a aquisição dos dados, analisa e apresenta em tempo real. Todas as funções de controle e dados são acessadas por meio de uma interface gráfica, além de permitir comunicação remota. Hocking *et al.* (2001) apresentam uma descrição completa do radar meteórico SKiYMET.

O sistema SKiYMET tem sido bastante utilizado em estudos da dinâmica da alta atmosfera, como nos casos do comportamento dos ventos mesosféricos, de atividade de ondas de escala global e da determinação da temperatura mesosférica, entre outros. Dada a dificuldade em generalizar a dinâmica dos movimentos atmosféricos, torna-se necessário a adoção de aproximações matemáticas, de forma a contemplar a escala do fenômeno de interesse. Em geral, os parâmetros observados são submetidos às análises com o objetivo de se caracterizar as oscilações presentes e a associar a estas, modos de propagação de acordo com estudos teóricos como em Lima (2004).

Na Figura 3.2 pode ser visto um esquema da distribuição das antenas transmissoras e receptoras do radar meteórico SKiYMET. Na Figura 3.5 pode ser observada a distribuição das cinco antenas receptoras do radar meteórico instalado em São João do Cariri.



Figura 3.5: Distribuição das antenas receptoras do radar meteórico instalado em São João do Cariri.

Autor: Ricardo Buriti.

A Figura 3.6 mostra a variação temporal dos dados de vento do radar meteórico no intervalo de altitude entre 82 km e 98 km de 05 a 14 de janeiro de 2005.

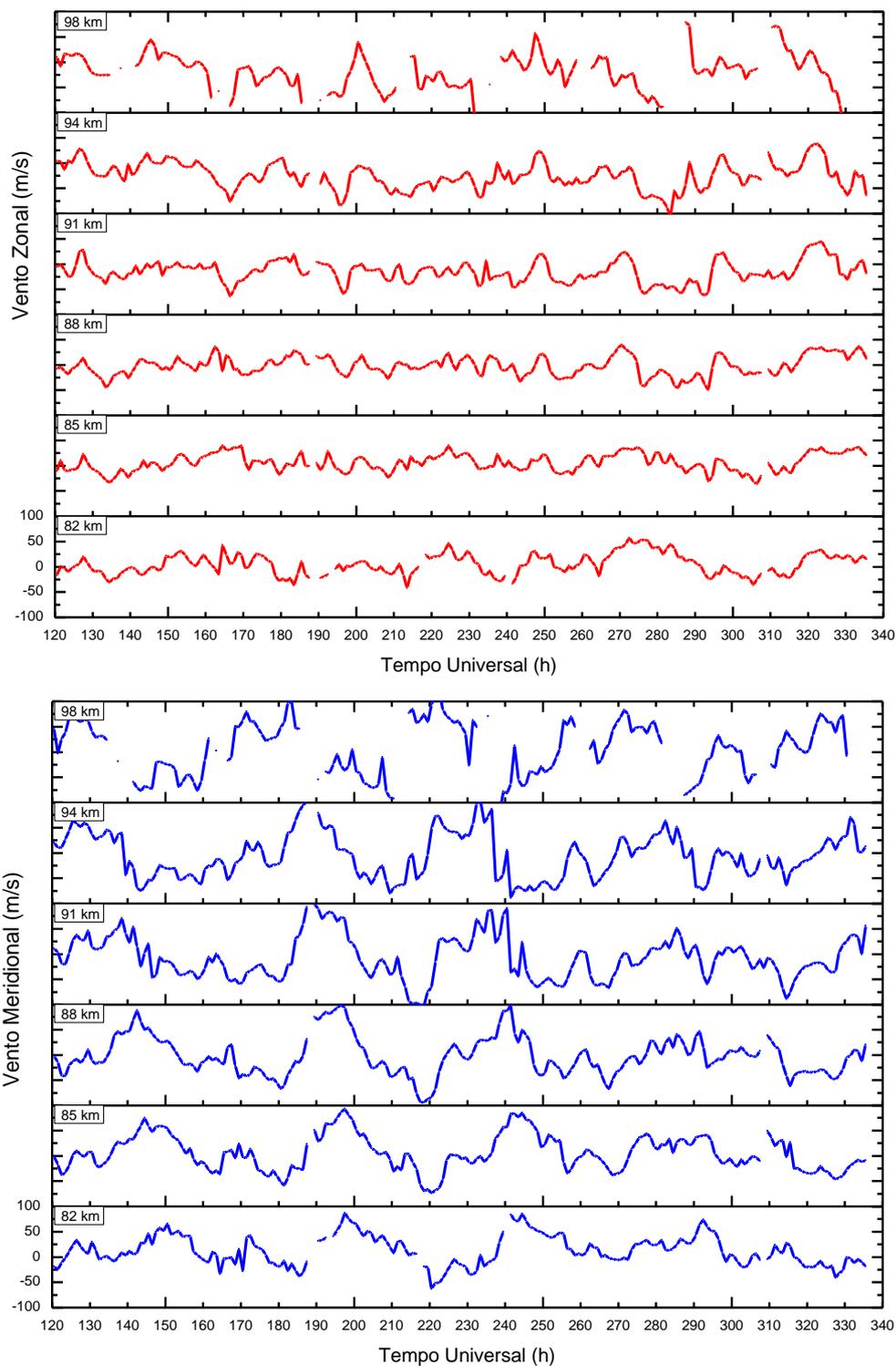


Figura 3.6: Variação temporal das componentes zonal (a cima) e meridional (a baixo) para o intervalo de altitude observado durante os dias 05 (inicio 120 UT) a 14 (final 335 UT) de janeiro de 2005.

A figura 3.6 indica fortemente que a componente meridional possui uma oscilação com período em torno de 50 h. Já a componente zonal apresenta um perfil

bastante ruidoso, por esse motivo não foi possível acompanhar esta oscilação. Nota-se também que o vento zonal possui amplitude maior do que a zonal.

As medidas realizadas com o radar meteórico foram utilizadas para determinação dos parâmetros necessários de acordo com as seguintes etapas:

- I. A região meteórica analisada foi dividida em seis intervalos de altitude com 3 km de espessura compreendendo a região entre 82 e 98 km;
- II. Os ecos meteóricos de cada mês foram separados em intervalos de 1 h;
- III. Construção do hodógrafo usando-se as componentes do vento horizontal para cada intervalo de tempo e de altitude.
- IV. Determinação dos parâmetros das ondas de gravidade.

Análise de Hodógrafo

A análise de hodógrafo permite estudar a variação do vetor vento horizontal em relação à altitude ou ao tempo. O hodógrafo é construído plotando-se o vento meridional como ordenada e o vento zonal como abcissa. Um ponto no hodógrafo representa as coordenadas do vetor velocidade do vento resultante. A presença de uma possível onda de gravidade é observada quando se obtém um hodógrafo na forma de elipse.

As componentes horizontais do vento determinam o plano horizontal, onde a onda será projetada. Supondo apenas ondas monocromáticas, e usando a teoria linear das ondas de gravidade, vista no capítulo 2, podem-se inferir interessantes correlações entre os parâmetros destas ondas com importantes propriedades da elipse.

O hodógrafo é uma curva obtida utilizando como variáveis independentes as componentes da velocidade ao longo de um sistema de coordenadas. Dada uma determinada trajetória como mostra a Figura 3.7, ao se desenhar a curva que descreve o hodógrafo todos os vetores que representam a velocidade são colocados em um ponto fixo O, onde possa coincidir a origem de todos os vetores velocidade. Na outra extremidade dos vetores determinam a curva a ser descrita. A análise de

hodógrafo é um recurso muito usado em Meteorologia na determinação da direção e velocidade do vento.

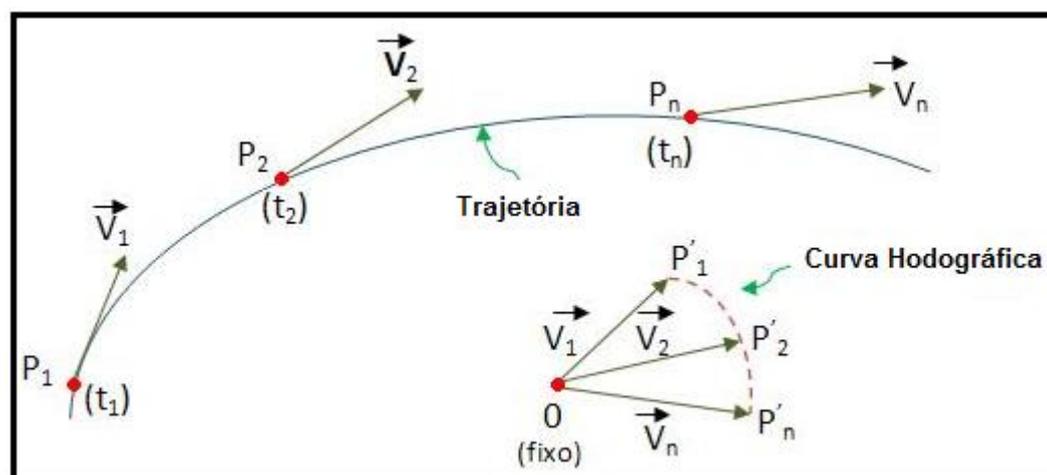


Figura 3.7: Hodógrafo do vetor velocidade.

Fonte: Modificado da Internet.

Em Geofísica Espacial os hodógrafos que apresentam um formato elíptico indicam a tendência de uma onda de gravidade com certo grau de polarização. A partir de agora será assumido que os hodógrafos elípticos representam polarizações elípticas. Este conjunto de ondas possui uma estrutura tridimensional helicoidal, ou seja, se houver um conjunto suficiente de dados de vento para gerar um bom perfil vertical, seria possível notar o vetor vento resultante em uma trajetória helicoidal (FRITTS e ALEXANDER, 2003). Neste caso, a projeção horizontal de uma onda de gravidade gera uma figura geométrica denominada elipse. Isto é válido quando essa onda apresenta um comportamento aproximadamente monocromático. Um método bastante empregado na determinação de importantes parâmetros das GWs usando essa propriedade é a análise de hodógrafo, como pode se visto, por exemplo, nos trabalhos de Tsuda *et al.* (1990) Sato (1993) e Hall *et al.* (1995), em que foram analisados perfis de velocidade do vento obtidos por medidas de radar.

Seção 3.4: Determinação de parâmetros de ondas de gravidade pela análise de hodógrafo

A análise de hodógrafo permite estudar a variação do vetor vento horizontal em relação à altitude ou ao tempo. O hodógrafo é construído plotando-se o vento meridional como ordenada e o vento zonal como abcissa. Um ponto no hodógrafo representa as coordenadas do vetor velocidade do vento resultante. A presença de uma possível onda de gravidade é observada quando se obtém um hodógrafo na forma de elipse. As componentes horizontais do vento determinam o plano horizontal, onde a onda será projetada. Supondo apenas ondas monocromáticas, e usando a teoria linear das ondas de gravidade, vista no capítulo 2, podem-se inferir interessantes correlações entre os parâmetros destas ondas com importantes propriedades da elipse.

Subseção 3.4.1: Ondas de gravidade polarizadas elipticamente

No capítulo 2 foi visto que a relação de polarização para as ondas de gravidade define a frequência intrínseca como sendo proporcional à razão entre a componente perturbada zonal e a componente perturbada meridional dada pela equação 2.24,

$$\omega_{\text{int}} = -if \frac{\tilde{u}}{\tilde{v}}.$$

Matematicamente, $f = 2\Omega \sin\phi$, em que Ω é a velocidade rotação da Terra, assumida aqui como sendo $7,292 \times 10^{-5}$ rad/s, e ϕ é a latitude local, no caso de São João do Cariri é de $7,4^\circ$ S.

As perturbações horizontais do vento zonal \tilde{u} e meridional \tilde{v} são numericamente iguais ao semieixos maior e menor da elipse, respectivamente. O vento zonal \tilde{u} tem direção paralela ao vetor número de onda horizontal, indicando assim a direção de propagação no plano horizontal e o vento \tilde{v} tem direção

perpendicular a este vetor (TSUDA *et al.*, 1990; BURITI, 1997; XIONG *et al.*, 2003; FRITTS e ALEXANDER, 2003; TATENO e SATO, 2008). Ou seja, conhecendo-se os valores das perturbações das componentes horizontais da onda para uma dada frequência de Coriolis, a frequência intrínseca fica diretamente determinada pela equação 2.24.

Outras propriedades da elipse podem fornecer os seguintes parâmetros relativos às ondas de gravidade:

- A direção vertical de propagação da energia é dada diretamente pelo ciclo de rotação da elipse. Para o hemisfério Sul, uma rotação horária (anti-horária) mostra uma propagação para baixo (para cima). Já no hemisfério Norte, uma rotação horária (anti-horária) mostra uma propagação para cima (para baixo).
- O período observado é dado diretamente pelo ciclo de rotação da elipse relativa ao tempo, fixando uma determinada altitude.
- O comprimento de onda vertical é dado diretamente pelo ciclo de rotação relativa à altitude, fixando-se um determinado horário.

Outro parâmetro igualmente importante é o comprimento de onda horizontal, o qual pode ser determinado a partir da relação de dispersão da eq.(2.20a). Reescrevendo esta equação em termos dos comprimentos de onda vertical λ_z e horizontal λ_h da onda, obtém-se:

$$\lambda_h = \sqrt{\frac{N^2 - \omega_{\text{int}}^2}{\omega_{\text{int}}^2 - f^2}} \lambda_z. \quad (3.13)$$

Deste ponto em diante tudo que se referir à polarização de ondas de gravidade será descrito estritamente em termos de polarização elíptica.

Subseção 3.4.2: Descrição matemática do hodógrafo elipse

Admitindo-se que nos dados de vento analisados, a onda de gravidade observada tende a se polarizar elípticamente, ou seja, as coordenadas do vento

medido serão pontos que formam uma elipse na projeção do vento na direção horizontal de propagação da onda, então, esse fenômeno pode ser descrito matematicamente por uma equação geral da elipse escrita na forma:

$$Ax^2 + By^2 + Cxy + Dx + Ey + F = 0, \quad (3.14)$$

Os termos $A, B, C, D, E, F \in \mathbb{R}$ e são denominados coeficientes da elipse.

Para determinar a melhor elipse que representa a onda de gravidade polarizada, a eq.(3.14), foi escrita na forma de uma função do segundo grau, obtendo-se:

$$y = \alpha x^2 + \beta y^2 + \sigma xy + \delta x + \varepsilon, \quad (3.15)$$

Desse modo, cada par ordenado (x, y) representa o vetor vento resultante das componentes zonal e meridional, ou seja, tem-se um ponto da elipse. Para descrever a elipse que melhor se ajusta ao vento medido, primeiramente, definiram-se os coeficientes $(\alpha, \beta, \sigma, \delta$ e $\varepsilon)$ através de uma função de mínimos quadrados. O passo seguinte será reescrever a eq. (3.15) na forma da eq.(3.16). De posse da equação geral da elipse, pode-se determinar o valor dos semieixos, as coordenadas do centro, as coordenadas do vértice. Essencialmente neste trabalho foram usados recursos computacionais. Os valores desses parâmetros podem ser encontrados no ANEXO A.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os principais resultados obtidos na análise dos dados de vento coletados pelo radar meteorológico instalado em São João do Cariri (7,4° S; 36,5° O) durante o ano de 2005. Este trabalho apresenta uma caracterização para as ondas de gravidade observadas em dados de vento através da análise de hodógrafo.

Os dados analisados não foram submetidos à retirada de componentes de maré ou de qualquer outra onda existente. Desse fato, pode-se sugerir que os hodógrafos analisados mostram ondas resultantes devido a interações de marés e outras oscilações atmosféricas de tal forma que elas apresentam um comportamento, predominantemente, quase monocromático. Essas ondas atmosféricas serão tratadas neste trabalho como ondas de gravidade-inércia.

Seção 4.1: Polarização de ondas de gravidade

As ondas de gravidade são ondas transversais que se propagam verticalmente devido ao desequilíbrio entre o gradiente de pressão e a força de gravidade. Quando estas possuem longo período ficam submetidas ao efeito de rotação terrestre e apresentam uma frequência intrínseca da ordem do parâmetro de Coriolis. Ondas com essas características são denominadas Ondas de Gravidade-Inércia (IGWs, do inglês “Inertia-Gravity Waves”). Várias investigações apontam que os comprimentos de onda horizontais das IGWs podem ter milhares de quilômetros como estudos em Sato (1994), Fritts e Alexander (2003); Tateno e Sato (2008).

Diversos trabalhos e campanhas já foram realizados com objetivos de caracterizar as IGWs. Em Evan e Alexander (2008) usando-se dados de vento e temperatura registrados por radiossonda na campanha TWP-ICE observaram a presença de ondas de gravidade-inércia, na região de Darwin-Austrália (12,5° S; 137,83° L), com comprimento de onda horizontal no intervalo entre 6000 km e 12000

km. Em Lieberman *et al.* (2006), as ondas de gravidade-inércia foram observadas em dados de temperatura coletados por missões LIMS (do inglês “Limb Infrared Monitor of the Stratosphere”) e pelo instrumento SABER a bordo do satélite TIMED, numa extensa faixa da mesosfera equatorial. Segundo Evan *et al.* (2011), vários estudos têm sugerido que as ondas de escala planetária por si só não podem explicar os padrões dominantes da estratosfera à mesosfera como por exemplo, a geração de oscilações de longo período, e na atmosfera tropical a Oscilação Quase Bienal (QBO) e a Oscilação Semi Anual (SAO) (EVAN *et al.*, 2012; Sato *et al.*, 2009; EVAN e ALEXANDER, 2008; LIEBERMAN *et al.*, 2006; ALEXANDER e VINCENT, 2000).

Embora, os estudos realizados apresentem importantes características das IGWs, os aspectos quantitativos da propagação dessas ondas e suas interações com o vento e outras ondas, bem como a sua geração ainda são relativamente pouco compreendidos.

Seção 4.2: Hodógrafos e polarização de ondas de gravidade

Da natureza transversal das ondas de gravidade pode-se prever que estas possam apresentar certo grau de polarização. A relação de polarização da equação (2.24) mostra que suas componentes horizontais estão relacionadas perpendicularmente, como ilustrado na Figura 4.0. Desta forma alguns de seus parâmetros podem ser obtidos usando-se as características de sua polarização. Para uma onda de gravidade aproximadamente monocromática, em que a amplitude do vento zonal é diferente da amplitude do vento meridional, tem-se uma onda com polarização elíptica.

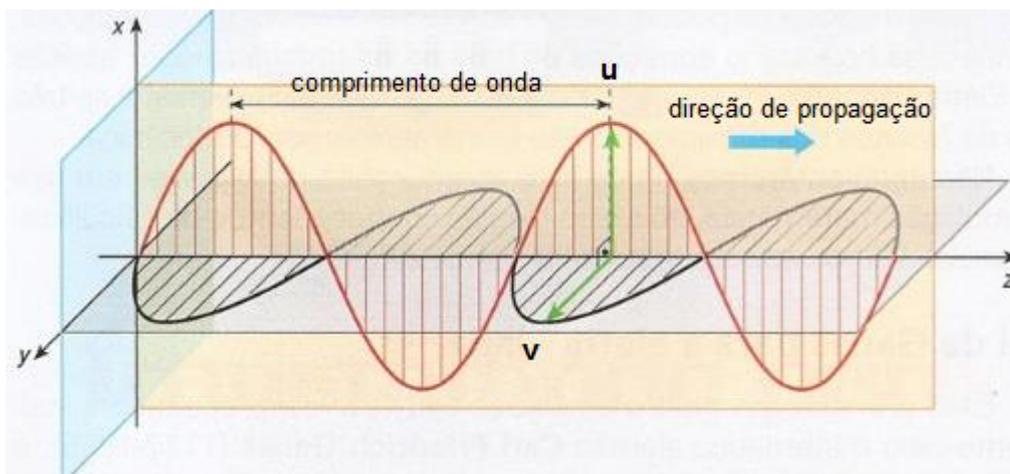


Figura 4.0: Representação artística de uma onda de gravidade monocromática que se propaga verticalmente (eixo z). As componentes horizontais estão representadas por u (zonal) e v (meridional).

Fonte: Modificado da Internet.

A partir de agora serão consideradas as propriedades de polarização elíptica descritas na seção 3.4. Os principais parâmetros ondulatórios estimados com a análise de hodógrafo são: componentes perturbadas zonal e meridional, frequência intrínseca, período intrínseco, comprimento de onda vertical, comprimento de onda horizontal, e ainda a direção de propagação. Os hodógrafos, apresentados neste capítulo, são relativos à altitude.

As elipses foram obtidas através de um ajuste de mínimos quadrados, como descrito no capítulo 3. Da teoria linear das ondas de gravidade, vista no capítulo 2, a frequência intrínseca pode ser calculada usando-se a eq.(2.24), uma vez conhecidos os valores das componentes perturbadas, zonal (\tilde{u}) e meridional (\tilde{v}), ou equivalentemente, determinar os módulos dos semieixos maior (\tilde{u}) e menor (\tilde{v}) da elipse. A latitude em São João do Cariri é de $-7,4^{\circ}$, com isso assume-se para fins de cálculos que o parâmetro de Coriolis $f = 1,88 \cdot 10^{-5}$ rad/s. A frequência de Brunt-Väisälä $N = 2,20 \cdot 10^{-2}$ rad/s foi calculada pela eq.(2.13) para uma temperatura média 190,11K em 90 km de altitude. O período intrínseco T_{int} será calculado por:

$$T_{\text{int}} = \frac{2\pi}{\omega_{\text{int}}}.$$

- **Hodógrafo em 10/01/2005**

A Figura 4.1 mostra um hodógrafo obtido para o horário da 00 h local. Verificando-se o sentido de rotação da elipse, observa-se que a altitude cresce no sentido horário. Este fato sugere que a propagação da energia é para baixo, ou seja, a onda se propaga verticalmente para baixo.

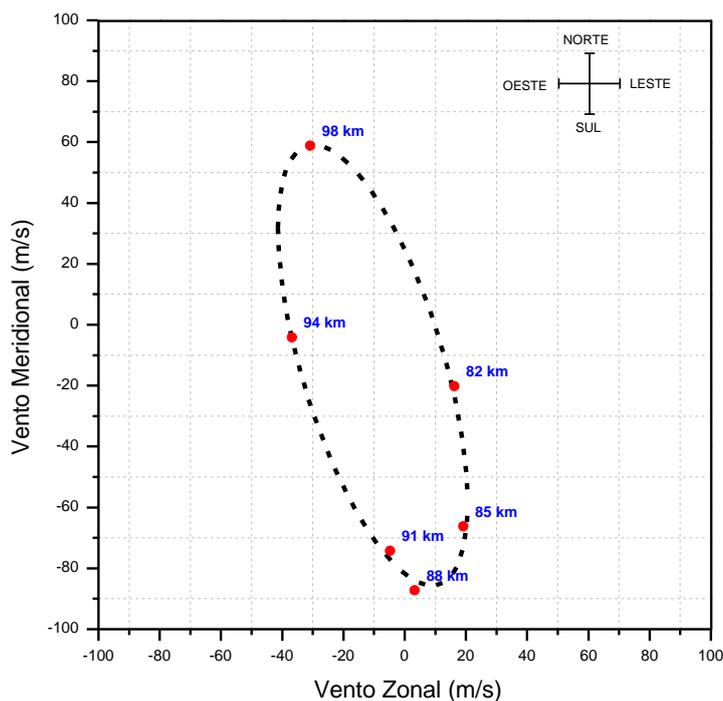


Figura 4.1: Hodógrafo do vento horizontal obtido no dia 10 de janeiro de 2005 a 00 h local. A linha tracejada mostra o hodógrafo obtido pelo método dos mínimos quadrados. Os pontos em vermelho representam os dados de vento medidos na respectiva altitude.

O hodógrafo acima apresentou uma concordância de 99,4% com os dados de vento que geraram a elipse. Os valores das componentes zonal e meridional perturbadas determinadas pelos valores dos semieixos maior e menor são 75,15 m/s e 23,27 m/s, respectivamente. Usando-se estes valores e o parâmetro de Coriolis para a latitude de São João do Cariri, a frequência intrínseca foi calculada pela relação de polarização 2.20, encontrando-se assim, $\omega_{\text{int}} = 6,07 \cdot 10^{-5}$ rad/s, o que corresponde a um período intrínseco $T_{\text{int}} = 28,75$ h.

A direção de propagação da onda pode ser estimada diretamente pela inclinação da elipse em relação à direção Norte (eixo vertical positivo) a partir do sentido horário. Para determinar a inclinação da elipse é necessário conhecer pelo menos as coordenadas de dois pontos que formam o eixo maior dela. No caso foram usadas coordenadas do centro e dos focos da elipse (consultar Anexo A), o que resultou numa estimativa da direção horizontal de propagação em $163,4^\circ$ ou em $343,4^\circ$. Esta ambiguidade é intrínseca à característica do eixo maior, uma vez que seus semieixos apontam para dois sentidos distintos, ou seja, a onda possui dois possíveis sentidos de propagação. Outra propriedade interessante da elipse é a informação do vento horizontal médio dado pelas coordenadas do seu centro. Assim é possível estimar o módulo, a direção e sentido do vetor vento médio no horário em que o hodógrafo foi observado. Sendo o centro da elipse formado pelo par ordenado $(-10,44; -13,29)$, o primeiro corresponde ao vetor vento zonal médio e o segundo ao vento meridional médio, ambos em m/s. Portanto, o vetor vento médio tem módulo de $16,91$ m/s e está a $218,1^\circ$ em relação ao Norte a partir do sentido horário. Sendo assim, o ângulo entre o vetor número de onda e o vetor vento médio está estimado em $54,7^\circ$ ou em $125,3^\circ$. Uma vez que o sentido real da propagação horizontal da onda seja identificado, o período aparente (ou observado) da onda pode ser calculado pela equação (2.21) presente no capítulo 2.

O comprimento de onda vertical não pode ser obtido diretamente (ou completamente) pelo ciclo de rotação da elipse, pois há pontos cujas altitudes são desconhecidas. Isso se deve ao fato de a elipse construída com os dados coletados pelo radar meteorológico não apresentar uma forma completa. Portanto, apenas uma parte da onda pode ser notada em seu perfil vertical, uma vez que seu comprimento de onda vertical é maior do que o intervalo de altitude estudado. Um perfil parcial vertical das componentes zonal e meridional pode ser visto na Figura 4.2.

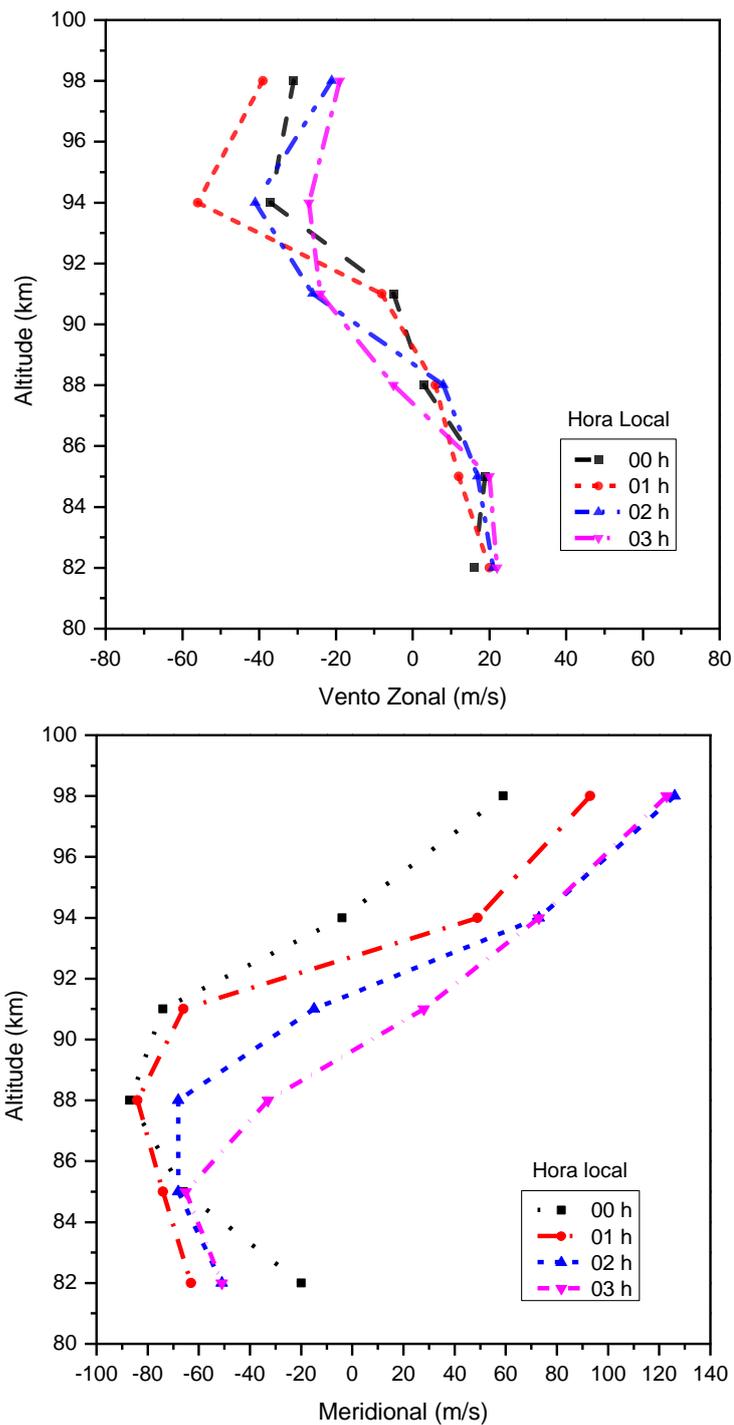


Figura 4.2: Perfil vertical das componentes zonal (acima) e meridional (abaixo) para um intervalo de tempo da 00 h às 03 h local.

O hodógrafo construído pela plotagem do vento meridional pelo zonal registrou, seguidamente, elipses em todos os horários mostrados na figura 4.2. Então, admitiu-se que as componentes zonal e meridional indicam uma onda de gravidade polarizada, pelos menos nesses horários. Perfis parciais para outros

horários não indicaram o mesmo comportamento, possivelmente devido ao alto ruído nas componentes resultante da superposição de ondas com frequências bem diferentes, ou ainda, pela falta de dados.

Os dados de vento no intervalo de altitude observado indicaram apenas uma parte da onda. Uma tentativa de estimar o comprimento vertical foi recorrer-se a um ajuste harmônico cossenoidal, como mostra a Figura 4.3. A melhor correlação entre os dados de vento e a elipse construída pelo método dos mínimos quadrados foi registrada à 00h local, por esse motivo o ajuste cossenoidal foi aplicado nos dados de vento para esse horário.

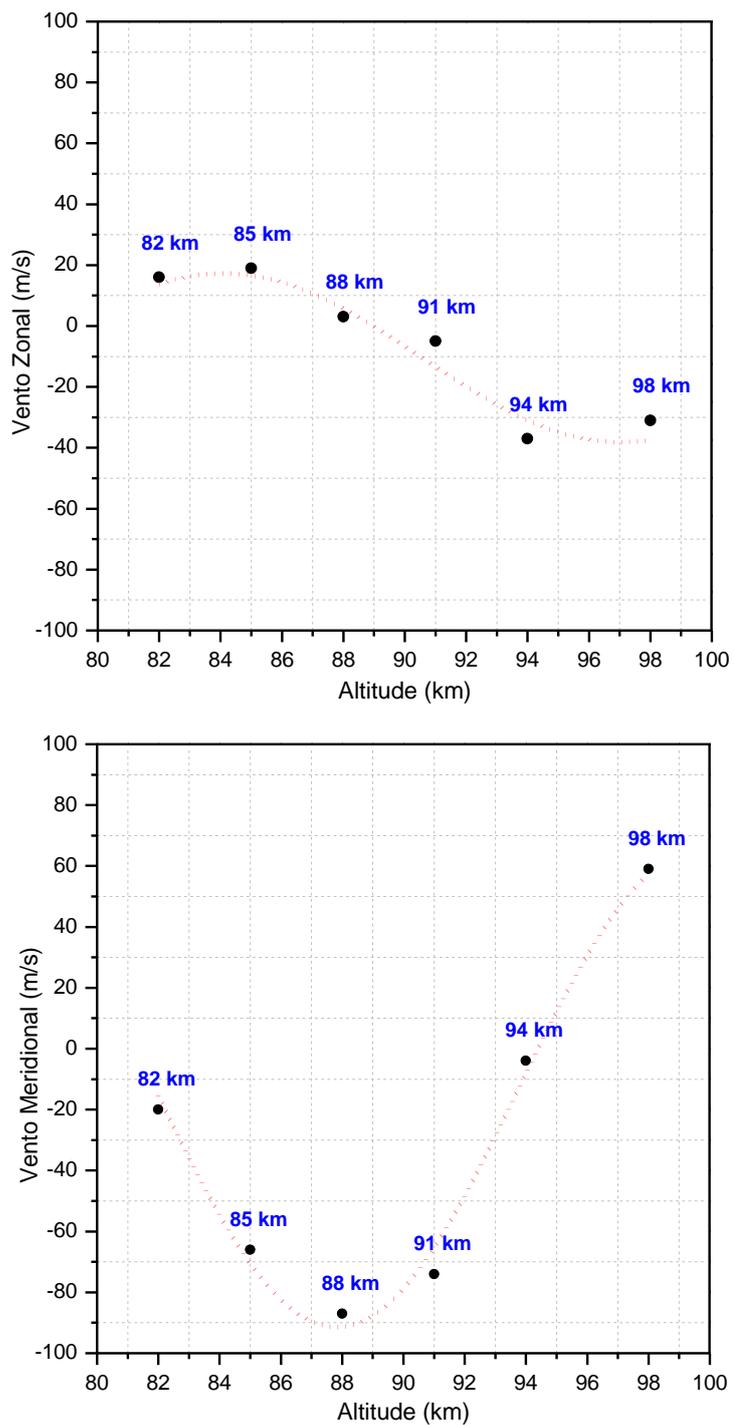


Figura 4.3: Ajuste cossenoidal (linha pontilhada vermelha). Os pontos em preto indicam os dados de vento medidos em sua respectiva altitude à 00 h local em 10/01/2005.

Da Figura 4.3, nota-se tanto para o vento zonal como para o vento meridional, a tendência de formação de um vale e um pico. Em outras palavras, tem-se a metade do comprimento de onda vertical. O ajuste cossenoidal aplicado em ambas as componentes forneceu um comprimento de onda vertical médio $\lambda_z = 24,8$ km com um desvio padrão de 1,5 km. Com isso o comprimento de onda horizontal calculado pela eq.(3.13) é $\lambda_h \cong (9448,6 \pm 589,7)$ km.

Outro hodógrafo registrado a 00 h local do dia 11 de janeiro apresentou parâmetros semelhantes ao hodógrafo da Figura 4.1. Pelas características apresentadas possivelmente que seja a mesma IGW. Desafortunadamente, as componentes não possibilitaram obter elipses ajustáveis para outros horários.

- **Hodógrafo para o dia 02/02/2005**

O hodógrafo da Figura 4.4 tem uma concordância de 99,8% com os dados de vento que geraram a elipse. Ele foi registrado às 20 h local.

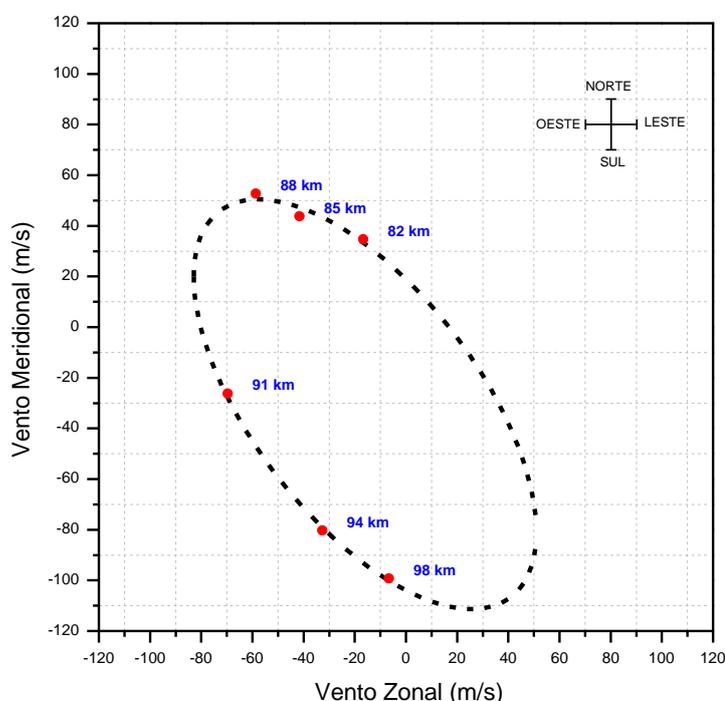


Figura 4.4: Hodógrafo do vento horizontal obtido no dia 02 de fevereiro de 2005 às 20 h local. A linha tracejada mostra o hodógrafo obtido pelo método dos mínimos quadrados.

Toda metodologia de análise é análoga ao hodógrafo apresentado anteriormente. Portanto, os resultados seguintes serão mostrados de forma mais abreviada. O hodógrafo acima forneceu os seguintes parâmetros:

- *Vento zonal perturbado* $\tilde{u} = 95,10 \text{ m/s}$;
- *Vento meridional perturbado* $\tilde{v} \cong 44,52 \text{ m/s}$;
- *Frequência intrínseca* $\omega_{\text{int}} = 4,02 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$;
- *Período intrínseco da onda* $T_{\text{int}} \cong 43,42 \text{ h}$;
- *Direção de propagação* $143,5^\circ$ ou $323,5^\circ$;
- *Ângulo entre o vetor número de onda e o vetor vento médio (obtido pelas coordenadas do centro da elipse)* $64,3^\circ$ ou $115,7^\circ$;
- *A rotação anti-horária da elipse sugere que a propagação da energia é para cima.*

Um perfil parcial vertical das componentes horizontais pôde ser observado, como é visto na Figura 4.5.

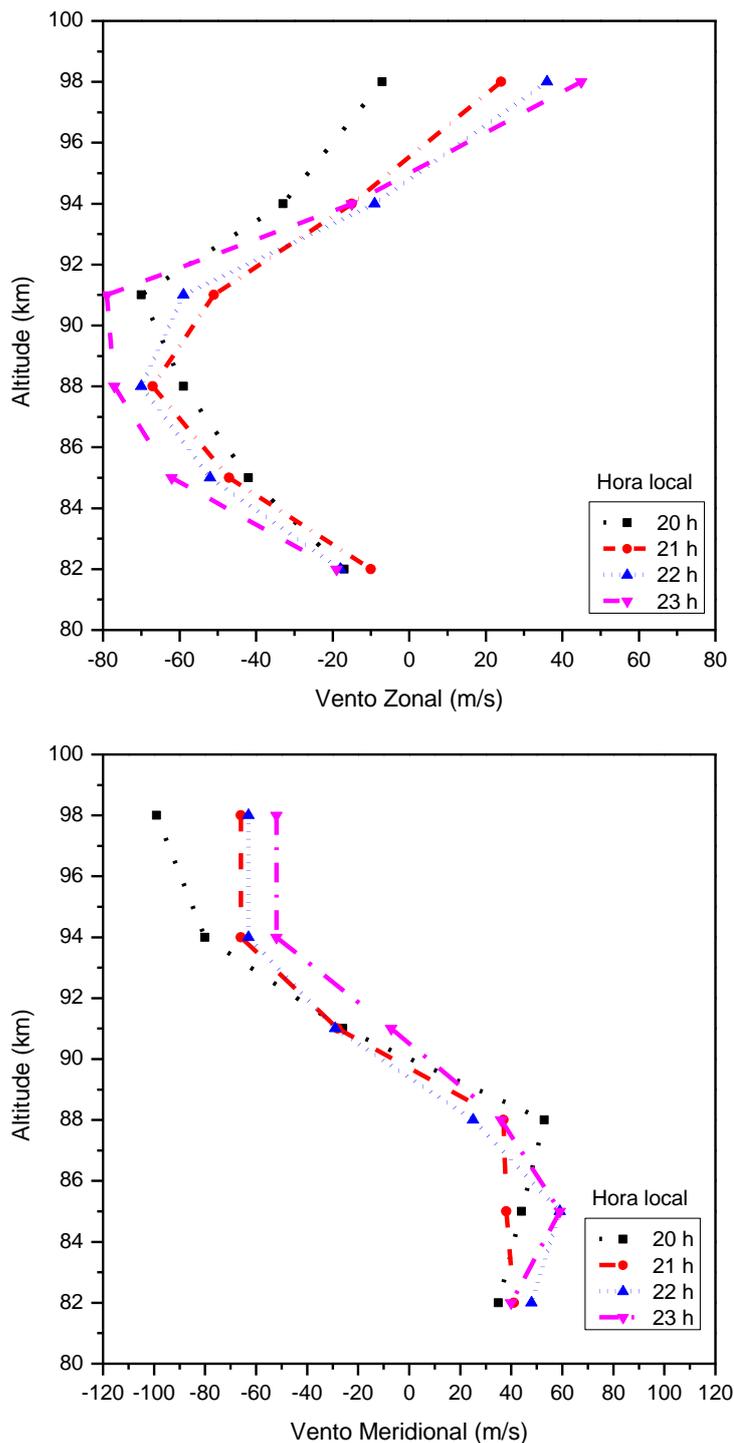


Figura 4.5: Perfil parcial vertical das componentes zonal (acima) e meridional (abaixo) para um intervalo de tempo das 20 às 23 h local.

Os quatro horários apresentaram hodógrafos na forma de elipse, porém a melhor correlação entre os dados de vento e a elipse construída pelo método dos mínimos quadrados foi registrada às 20 h local, por esse motivo o ajuste cossenoidal

foi aplicado nos dados de vento para esse horário. Perfis parciais para outros horários não foram mostrados devido ao alto ruído nas componentes, ou ainda, a falta de dados. Além dos horários informados na figura 4.6 nenhum hodógrafo semelhante foi observado.

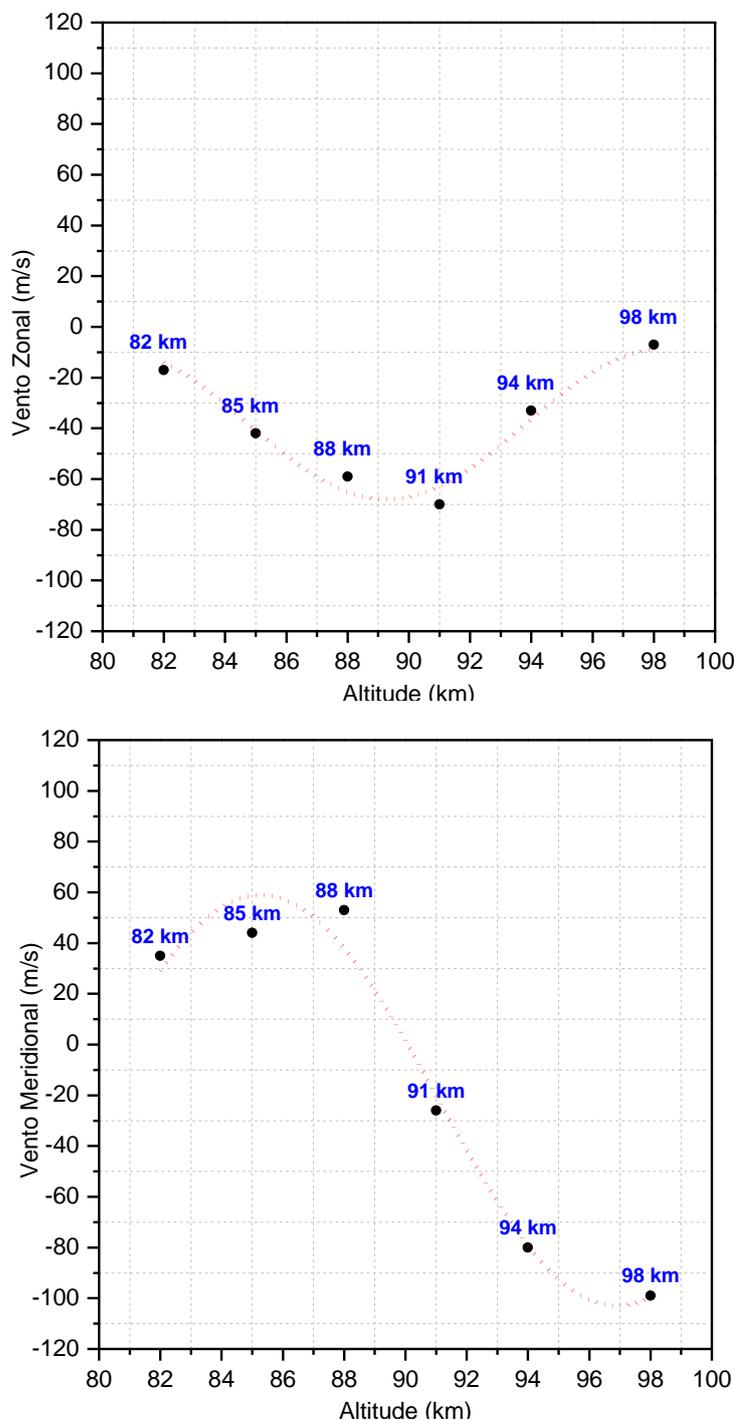


Figura 4.6: Ajuste cossenoidal (linha pontilhada vermelha). Os pontos em preto representam os dados de vento medidos na respectiva altitude às 20 h local.

Da figura 4.6, nota-se tanto para o vento zonal como para o vento meridional, a tendência de formação de um vale e um pico, ou seja, tem-se a metade do comprimento de onda vertical. Sugerindo dessa forma, um comprimento de onda vertical $\lambda_z \cong (20,8 \pm 3,7)$ km. Com isso o comprimento de onda horizontal, calculado pela eq.(3.13), foi $\lambda_h \cong (12829,4 \pm 2293,2)$ km.

- **Hodógrafo em 05/04/2005**

Os ventos zonal e meridional que melhor representam o hodógrafo da figura 4.7 foram registrados às 20 h local. Há uma concordância de 99,9% com os dados de vento que geraram a elipse. Os semieixos maior e menor valem $\tilde{u} \cong 31,20$ m/s e $\tilde{v} \cong 5,84$ m/s, respectivamente. A frequência intrínseca $\omega_{\text{int}} \cong 1,003 \cdot 10^{-4}$ rad/s, correspondendo a um período intrínseco $T_{\text{int}} \cong 17,40$ h. A direção de propagação a partir do norte em sentido horário estimada é de $174,8^\circ$ ou de $354,8^\circ$ da pela inclinação do eixo maior da elipse, em que foram usadas as coordenadas dos focos da elipse. O ângulo entre o vento médio e o vetor número de onda é de $140,4^\circ$ ou de $36,6^\circ$. A rotação horária do hodógrafo sugere que a propagação da energia é para baixo.

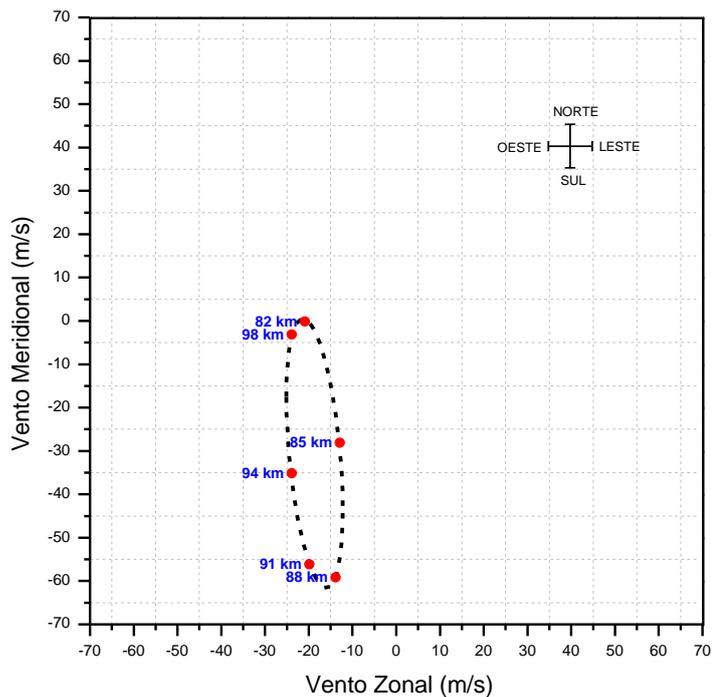


Figura 4.7: Hodógrafo do vento horizontal obtido no dia 05 de abril de 2005 às 04 h local. A linha tracejada mostra o hodógrafo obtido pelo método dos mínimos quadrados. Os pontos em vermelho representam os dados de vento medidos em sua respectiva altitude.

O hodógrafo da figura acima apresenta um ciclo de rotação quase completo em relação às altitudes conhecidas. Portanto, pode-se dizer que os valores dos parâmetros estão bem determinados.

A Figura 4.8, mostra uma parte do perfil vertical das componentes do vento horizontal registradas pelo radar meteorológico para um intervalo de tempo das 03 às 06 h local.

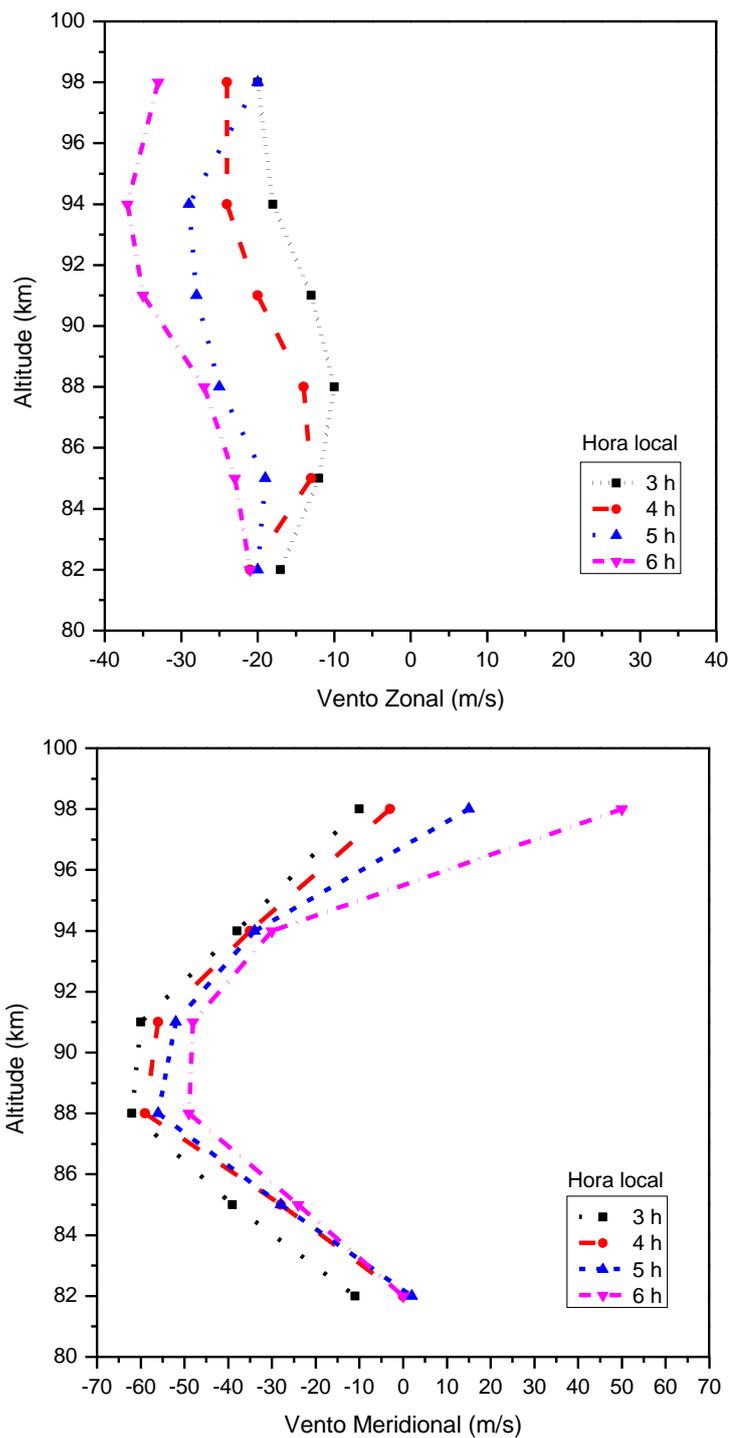


Figura 4.8: Perfil vertical das componentes zonal (acima) e meridional (abaixo) para um intervalo de tempo das 03 às 06 h local.

Mais uma vez será aplicado um ajuste cossenoidal, ver Figura 4.19.

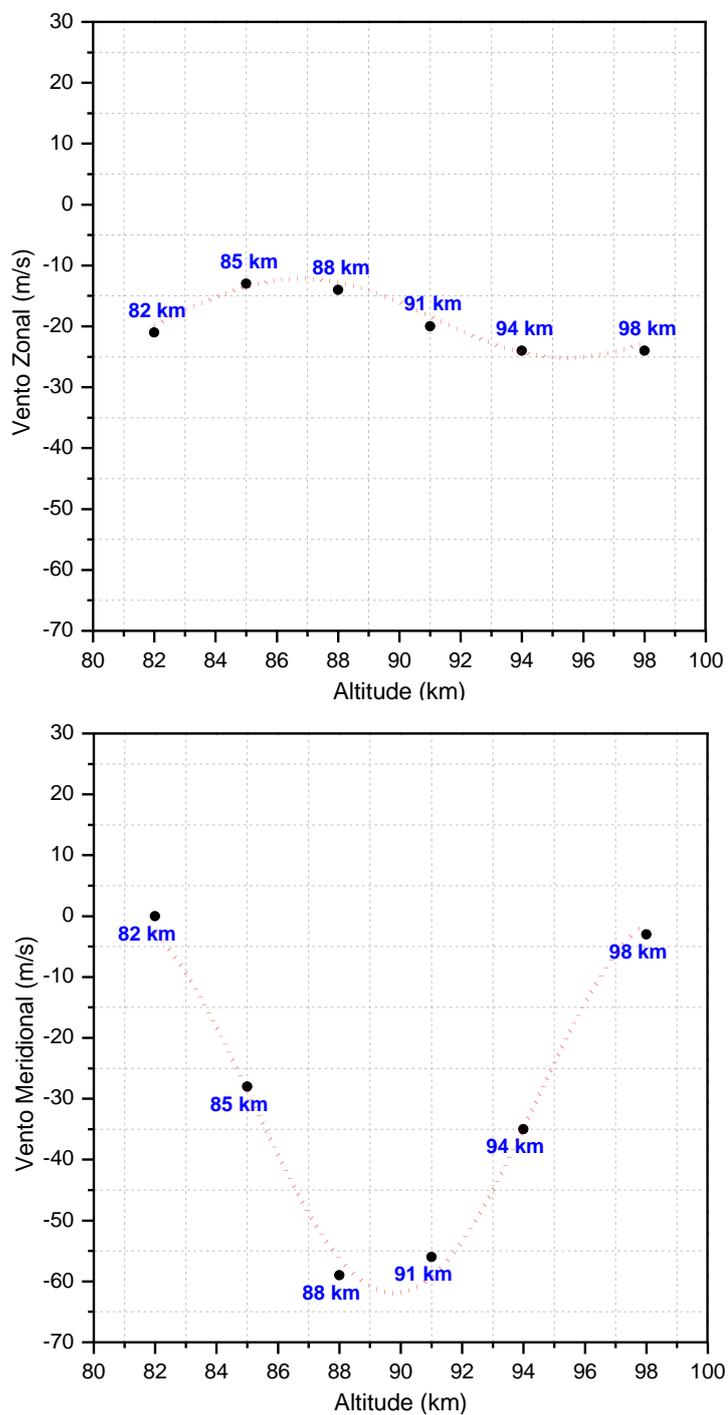


Figura 4.9: Ajuste cossenoidal (linha pontilhada vermelha). Os pontos em preto representam os dados de vento medidos na respectiva altitude às 04 h local.

Da Figura 4.9, a componente zonal indica claramente a formação de um pico e um vale quase completo, determinando assim meio comprimento de onda. Para a

componente meridional há uma tendência de formação de um pico. Foi novamente aplicado o ajuste cossenoidal, apenas para se obter um valor melhor aproximado. Sendo assim, o comprimento de onda vertical médio $\lambda_z \cong (17,9 \pm 0,8)$ km, o que resulta pela equação 3.13 em um comprimento de onda horizontal $\lambda_h \cong (3994,2 \pm 178,5)$ km.

- **Hodógrafo em 24/04/2005 às 04 h local.**

O hodógrafo a seguir possui uma configuração parecida com o hodógrafo da Figura 4.7. Porém, não apresenta um ciclo aproximadamente completo.

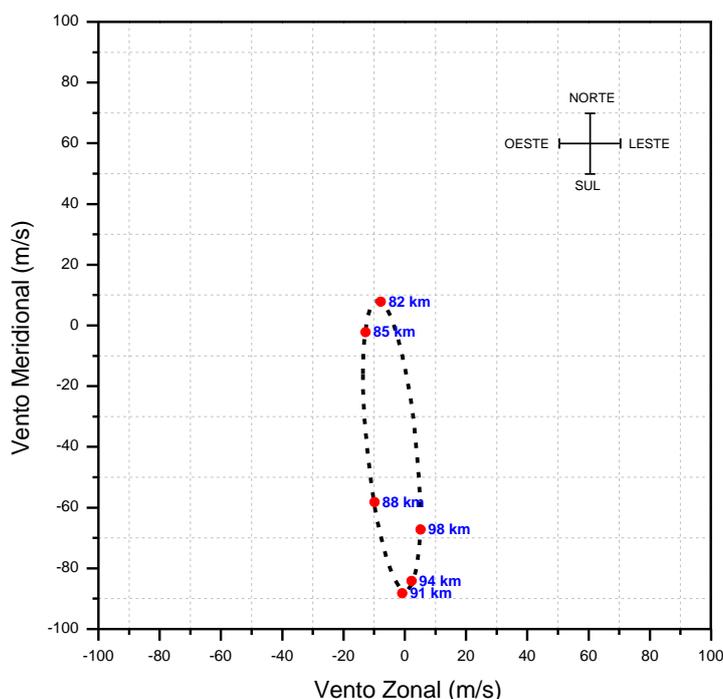


Figura 4.10: Hodógrafo do vento horizontal obtido no dia 24 de abril de 2005 às 04 h local. A linha tracejada mostra o hodógrafo obtido pelo método dos mínimos quadrados. Os pontos em vermelho representam os dados de vento medidos na respectiva altitude.

O hodógrafo da figura 4.10 apresenta uma concordância de 99,9% com os dados de vento que geraram a elipse. Da sua análise determinaram-se os seguintes parâmetros:

- *Vento zonal perturbado* $\tilde{u} \cong 48,05$ m/s;
- *Vento meridional perturbado* $\tilde{v} \cong 8,06$ m/s;
- *Frequência intrínseca* $\omega_{\text{int}} \cong 1,12 \cdot 10^{-4}$ rad/s;
- *Período intrínseco da onda* $T_{\text{int}} \cong 15,58$ h;
- *Direção de propagação* $174,4^\circ$ ou $354,4^\circ$ em relação do Norte a partir do sentido horário;
- *Ângulo entre o vetor de onda horizontal e o vento médio (obtido pelas coordenadas do centro da elipse)* é de $11,9^\circ$ ou de $168,1^\circ$.
- *A propagação da energia é para cima como indica a rotação anti-horária do ciclo da elipse.*

Um perfil parcial vertical das componentes horizontais da onda pode ser observado, como é visto na Figura 4.11.

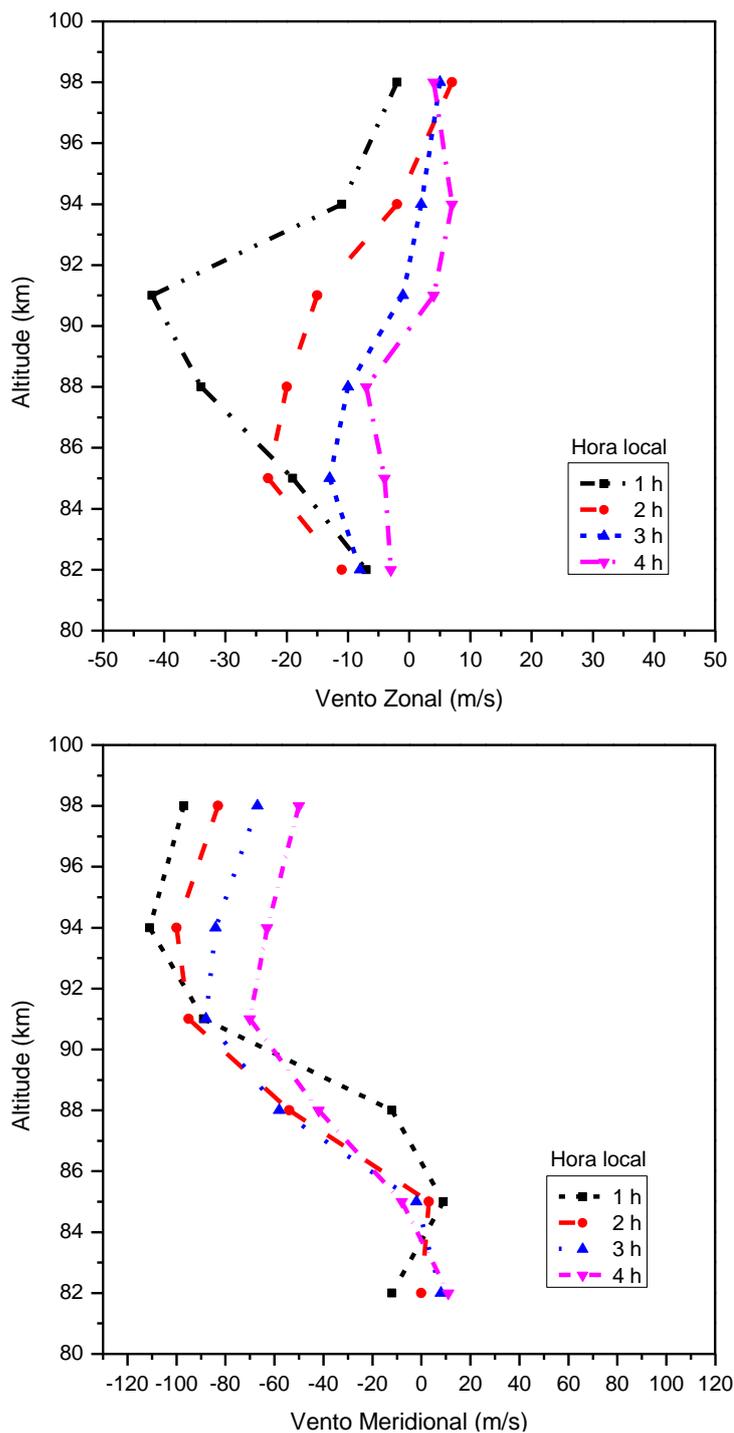


Figura 4.11: Perfil vertical das componentes zonal (acima) e meridional (abaixo) para um intervalo de tempo de 01 a 04 h local.

As componentes de vento zonal e meridional das 04 h local apresentaram o hodógrafo mais próximo do formato elíptico, por isso elas foram usadas para estimar o comprimento de onda vertical pelo ajuste cossenoidal da Figura 4.12.

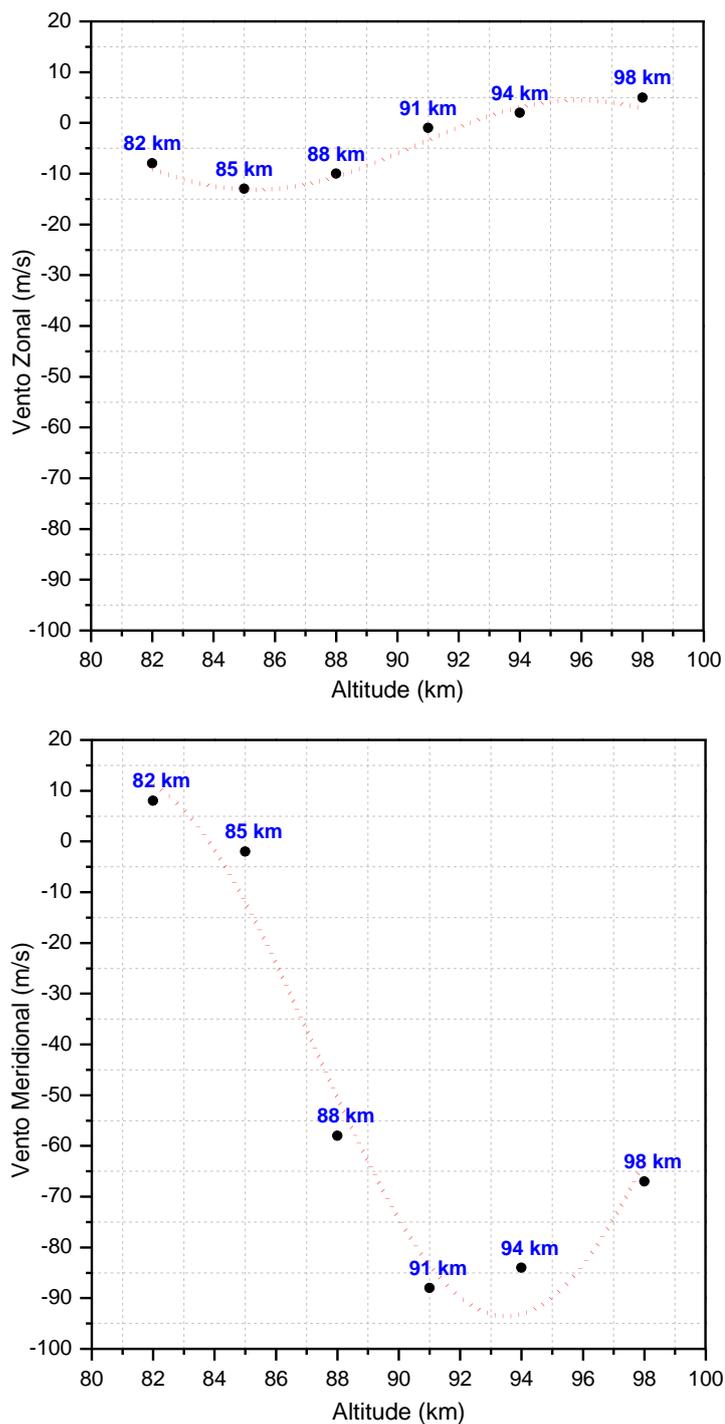


Figura 4.12: Ajuste cossenoidal (linha pontilhada vermelha). Os pontos em preto representam os dados de vento medidos na respectiva altitude às 04 h local.

Da figura 4.12 fica evidente a formação de um pico e um vale quase completo na componente zonal. Para a componente meridional há uma tendência de formação de um pico. O ajuste cossenoidal resultou em um comprimento de onda

vertical médio $\lambda_z \cong (23,6 \pm 2,1)$ km, o que fornece pela equação 3.13 um comprimento de onda horizontal $\lambda_h \cong (4699,6 \pm 418,2)$ km.

- **Hodógrafo em 02/07/2005 a 00 h local.**

A análise do hodógrafo, a seguir, terá uma descrição resumida dos resultados obtidos.

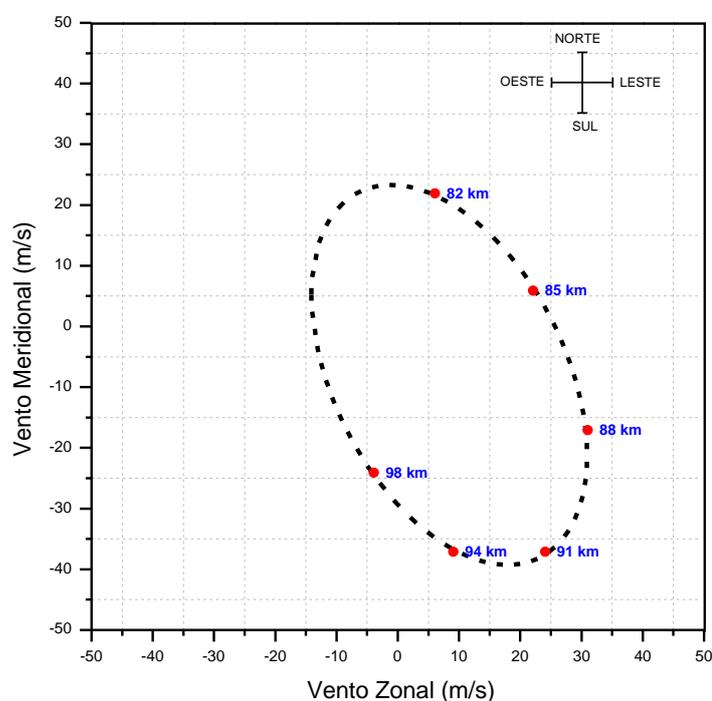


Figura 4.13: Hodógrafo do vento horizontal obtido no dia 02 de julho de 2005 a 00 h local. A linha tracejada mostra o hodógrafo obtido pelo método dos mínimos quadrados. Os pontos em vermelho representam os dados de vento medidos na respectiva altitude.

Parâmetros determinados:

- *Vento zonal perturbado* $\tilde{u} \cong 33,52$ m/s;
- *Vento meridional perturbado* $\tilde{v} \cong 19,03$ m/s;

- *Frequência intrínseca* $\omega_{\text{int}} \cong 3,31 \cdot 10^{-5}$ rad/s;
- *Período intrínseco da onda* $T_{\text{int}} \cong 52,72$ h;
- *Direção de propagação* $154,2^\circ$ ou $334,2^\circ$ em relação do Norte a partir do sentido horário;
- *Ângulo entre o vetor de onda horizontal e o vento médio (obtido pelas coordenadas do centro da elipse)* é de $20,7^\circ$ ou de $159,3^\circ$.
- *A propagação da energia é para baixo segundo a rotação horária do ciclo da elipse.*
- *Comprimento de onda vertical* $(23,1 \pm 4,9)$ km;
- *Comprimento de onda horizontal* $(18634,2 \pm 3943,9)$ km.

Diversos hodógrafos foram registrados em apenas um horário, contudo sua análise fica comprometida, uma vez que a progressão da onda no tempo não pôde ser acompanhada. Todos os hodógrafos apresentados neste capítulo foram observados em quatro horários seguidos.

Subseção 4.2.1: Ajuste harmônico para estimar o comprimento de onda vertical

Como foi visto nos hodógrafos da seção 4.2, o comprimento de onda vertical foi estimado por um ajuste cossenoidal. Recorrendo-se a esse ajuste, ou seja, definindo-se as componentes zonal e meridional como uma onda descrita por,

$$Y = Y_0 + A \cos[2\pi(X - C)/B]$$

Os termos: Y_0 representa o valor médio do vento zonal ou meridional; A representa a amplitude do vento zonal ou meridional; X é a altitude; C é uma fase e B pode é o comprimento de onda vertical. É importante comentar que Y_0 corresponde a um valor próximo às coordenadas do centro da elipse. Por isso, esse valor foi tomado como um valor de entrada no ajuste.

A região atmosférica observada pelo radar meteórico compreende o intervalo de altitude entre 82km e 98km, a qual foi dividida de 3km em 3km para se obter valores de vento em: 82, 85, 88, 91, 94 e 98km.

Seção 4.3: Algumas considerações a cerca dos hodógrafos registrados

Os hodógrafos registrados em 10/01/2005, 02/05/2005, 24/04/2005 e 02/07/2005 apresentaram claramente um comprimento de onda tipicamente atribuído à maré diurna, que é em torno de 24 km. No entanto as ondas analisadas foram tratadas como ondas de gravidade-inércia pelo principal fator de a sua direção de propagação não corresponder à direção típica das marés atmosféricas, que é para oeste. Ou seja, nenhuma das ondas investigadas mostrou direção preferencial das marés. Pode-se dizer que esses hodógrafos formam um bom conjunto de exemplos para a aplicação do método, uma vez que a sua configuração elíptica pode de fato ter representado uma onda. Especula-se que a retirada das componentes de maré suprimiria a observação da IGW, ou ainda, simplesmente poderiam fornecer uma informação parcial da maré diurna. Para o hodógrafo do dia 05/04/2005 pode-se dizer que ele melhor caracterizou as informações obtidas pelas propriedades da elipse, uma vez que a sua configuração apresentou um ciclo quase completo.

É importante ressaltar que os dados de vento não foram submetidos a um processo de filtragem. Portanto, os hodógrafos podem ter revelado um comportamento interessante: uma polarização resultante da superposição de diversas ondas atmosféricas. Pelo fato de que a polarização das ondas apresentou um aspecto elíptico e, entre outros fatores discutidos anteriormente, as ondas receberam o tratamento linear das ondas de gravidade apresentado no capítulo 2.

Seção 4.4: Incertezas relacionadas à análise de hodógrafo

A análise hodógrafo só permite inferir, a priori, parâmetros para uma onda se esta apresentar um comportamento aproximadamente monocromático. Embora os hodógrafos da seção 4.2 tenham apresentado uma alta correlação com os dados utilizados para os ajustes das elipses, é preciso discutir a relevância de que sua análise pode facilmente induzir a erros, como é para o caso de existir superposição de muitas ondas. Durante a aplicação do método de hodógrafo foi fácil notar que as componentes do vento formavam uma curva qualquer, e, portanto, somente aqueles que apresentam uma forma elíptica tornaram-se significativos neste trabalho. Assim, todos os hodógrafos puderam ser perfeitamente ajustados por elipses, obtendo-se o período e direção de propagação da onda. Deste fato, pode-se dizer que todas as componentes das ondas propagaram-se na mesma direção e o período resultante foi determinado, predominantemente, pela onda de frequência mais baixa. É importante comentar que ao aplicar um filtro para separar a onda a partir de um fluxo de fundo, tanto o comprimento de onda vertical quanto a frequência intrínseca podem ser muito sensíveis aos filtros utilizados. Como resultado, grandes incertezas podem encontradas nas estimativas do comprimento de onda horizontal. Menores incertezas serão esperadas para ondas com menor comprimento de onda vertical, partindo do pressuposto de que a separação entre a escala das ondas e o fluxo de fundo for mais evidente. Em contraste, para o caso de onda policromática, não existe uma equação analítica simples para descrever o hodógrafo, de modo que a simulação numérica se faz necessária para examinar este método (ZHANG *et al.*, 2004).

Seção 4.5: Alguns estudos das ondas de gravidade-inércia em latitudes equatoriais

Um estudo pioneiro das ondas inércia-gravidade em região da estratosfera equatorial foi realizado por Cadet e Teitelbaum (1979). Com base em dados de vento coletados por radiossondagens ao longo do Oceano Atlântico, foram

registradas IGWs com período de até 35 h e com comprimento de onda horizontal de até 2400 km e comprimento de onda vertical de até 5 km. Em Maekwa *et al.* (1984), usando-se dados de vento coletados entre os anos de 1979 e 1981 por um radar UHF localizado Arecibo-Porto Rico (18,4° S; 66,8° O), foram observadas IGWs com período e comprimento de onda horizontal de 20-30 h e 2000 km, respectivamente. Riggins e Fritts (1997) durante a campanha CADRE (Coupling and Dynamics of Regions Equatorial) em JICAMARCA-PERU observaram IGWs com período de 1.5 d e 2.1 d usando dados de radar MST.

Mais recentemente, Ratnam *et al.* (2006) mostraram evidência de ondas inércia-gravidade em regiões da troposfera superior e estratosfera inferior a oeste da Indonésia (18,4° S; 66,8° O), usando-se dados de radiossondagem da campanha CPEA (Coupling Process in the Equatorial Atmosphere). As ondas dominantes observadas possuíam período de 2 a 3 dias com comprimentos de onda vertical de 3-5 km e comprimentos de onda horizontal de até 1700 km. Lieberman *et al.* (2006) obtiveram evidência observacional para ondas de gravidade-inércia de escala intermediária na mesosfera e na baixa termosfera. Durante a campanha TWP-ICE. Evan e Alexander (2008) observaram eventos de IGWs com período de dois dias na estratosfera entre 20 e 27 km, através de dados de vento e temperatura coletados por radiossonda.

Todos os trabalhos citados acima indicam fortemente que as IGWs equatoriais tendem a apresentar uma escala de longos períodos. Vale ressaltar que nesses trabalhos foram aplicadas diversas técnicas de observação e análise de IGWs. O presente trabalho mostrou-se estar de acordo com alguns desses resultados citados acima, sobretudo no que diz respeito ao período das IGWs. Portanto, abre-se uma possibilidade do estudo das IGWs na região mesosférica equatorial do nordeste brasileiro.

CAPÍTULO 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho mostra como resultado observações de ondas atmosféricas em dados do radar meteórico instalado no Observatório de Luminescência da Paraíba (OLAP) localizado na cidade de São João do Cariri - PB ($7,4^{\circ}$ S; $36,5^{\circ}$ O). A análise dos dados revelaram ondas com estruturas de grandes escalas espaciais e temporais. Estas ondas foram classificadas como onda de gravidade-inércia.

Da análise de hodógrafo

Em termos gerais, a análise de hodógrafo mostrou-se eficiente. Particularmente, pelo mérito de não necessitar de uma análise via transformada de Fourier, a priori. Deste modo, para ondas de gravidade aproximadamente monocromáticas, tomou-se como constante a amplitude no espaço e no tempo. Foram registrados cinco hodógrafos e deles os seguintes parâmetros determinados direta ou indiretamente com o auxílio das propriedades da elipse.

- Frequência intrínseca através da determinação das componentes perturbadas zonal e meridional com o uso da relação de polarização dada pela equação (2.24);
- O período intrínseco;
- Direção de propagação da energia, ou equivalentemente a direção de propagação vertical da onda obtida através de rotação da elipse verificando o sentido do crescimento da altitude;
- A direção de propagação horizontal das IGWs foi inferida usando-se as coordenadas do centro e dos focos da elipse para determinar a inclinação do seu eixo maior (direção de propagação horizontal) em relação ao Norte no sentido horário. Ressaltando que a direção do eixo maior indica a direção de

propagação da onda, ou equivalentemente, indica a direção do vetor número de onda. Porém, ao dividir-se o eixo maior em semieixos, estes apontam para dois sentidos distintos, resultando assim em uma ambiguidade nessa informação.

- Um valor para o vento médio de fundo usado foi determinado pelas coordenadas do centro do hodógrafo elipse. Portanto, se for retirada a ambiguidade do sentido propagação da IGW o período aparente poderá ser encontrado através da relação de dispersão 2.21.
- Para tentar inferir o comprimento de onda vertical foi necessário aplicar um ajuste cossenoidal usando-se os dados de vento coletados no intervalo de altitude estudado, pois os dados usados para construção do hodógrafo não representaram uma elipse completa. E foi verificado que estes podem representar os comprimentos da maré atmosférica diurna.
- Um importante resultado é mostrado nos hodógrafos dos dias 10/01/2005, 05/04/2005 e 02/07/2005. A observação do sentido de aumento da altitude sugere a existência de ondas atmosféricas, cuja direção de propagação vertical ocorre para baixo. Comumente, as ondas de gravidade propagam-se para cima.

A pouca quantidade de hodógrafos elípticos se deve, principalmente, pela superposição de diversas ondas de diferentes frequências, fator que camufla ou faz desaparecer o estado de polarização das GWs. Dessa forma, não é possível separar as informações relativas ao comprimento de onda vertical. O que se torna uma desvantagem para o uso do método, pois exige que a onda apresente uma forma monocromática ou quase monocromática, ou ainda exige um filtro nos dados de entrada de acordo com alguns critérios, a priori. Normalmente, as perturbações são caracterizadas por uma superposição de ondas atmosféricas com frequências diferentes. Para estimar parâmetros individuais das IGWs, as ondas têm que ser separadas ou isoladas das demais oscilações por aplicação de métodos de filtragem. Para detectar a presença de uma onda em dados de vento e, para evitar

escolhas arbitrárias ou inadequadas de parâmetros de filtro, a transformada wavelet tem sido aplicada em diversos estudos. Essa técnica está se tornando uma ferramenta comum para análise de variações localizadas da onda devido às suas possibilidades de resolver o problema no domínio da frequência, assim como no momento ou na altura (SERAFIMOVICH *et al.*, 2005). Alternativamente, outras técnicas de observação e análise podem ser empregadas. Por exemplo, Buriti (1997) usou paralelamente à análise de hodógrafo informações obtidas em dados de fotômetro, que além ter permitido comparar parâmetros obtidos pela análise de hodógrafo e pelas emissões de aeroluminescência atmosférica, também lhe permitiu definir a direção de propagação da onda retirando a ambiguidade na informação dada pela direção do eixo maior da elipse. Outro método amplamente usado é a técnica traçador de trajetória, como pode ser visto em Taten e Sato (2008).

Como sugestão para investigações futuras:

- Filtrar as oscilações que tem maior contribuição para as IGWs;
- Investigar as principais causas da propagação vertical para baixo de ondas atmosféricas;
- É essencial empregar outras técnicas de observação e análise para comparação dos parâmetros determinados da onda.

Este trabalho representa um estudo inicial das IGWs na mesosfera no nordeste brasileiro e, portanto, há muita informação a ser explorada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHRENS, C. Donald. **Essentials of Meteorology: An Invitation to the Atmosphere**. 3.ed. Belmont, CA - USA: Brooks/Cole, 2000. cap.1.

ALEXANDER, M. Joan; VINCENT, Robert A.. Gravity waves in the tropical lower Stratosphere, a model study seasonal and interannual variability. **Journal of Geophysical Research**, v.105, p.17971-17982, 2000.

ANDREWS, DAVID G. et al. **Middle Atmosphere Dynamics**. Ed.: Academic Press, Inc. Orlando, Florida, 1997. p.197-198.

BAGESTON, José Valentin. **Caracterização de Ondas de Gravidade Mesosférica na Estação Antártica Comandante Ferraz**. Tese (doutorado em Geofísica Espacial) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2009.

BEER, Tom. **Atmospheric Waves**. Londres: Adam Hilger, , 1974.

BURITI, R. Arlen. **Estudos de parâmetros de Ondas de gravidade por Medidas Simultâneas de Radar MU e Fotômetro em Shigaraki (35° N; 136° L), Japão**. Tese (doutorado em Geofísica Espacial) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 1997.

CADET, Daniel; TEITELBAUM, Hector. Observational evidence of internal-gravity waves in tropical stratosphere. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v.36, p.892-907, 1979.

CEPLECHA, Zdenek *et al.*. Meteor Phenomena and Bodies. **Space Science Reviews**, v.84, p.327-471, 1998.

EVAN, Stephanie *et al.*. Model study of intermediate-scale tropical inertia-gravity waves and comparison to TWP-ICE campaign observations. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v.69, p.591-610, 2012.

EVAN, Stephanie; ALEXANDER, M. Joan. Intermediate-scale tropical inertia-gravity waves observed during the TWP-ICE campaign. **Journal of Geophysical Research**, v.113, D14104, 2008.

FRITTS, David C.; ALEXANDER, M. Joan. **Gravity Waves Dynamics and Effects in the Middle Atmosphere**. Colorado Research Associates, Colorado, USA, 2003.

Genesis Software. **SkiyMET meteor radar**. Disponível em:

<<http://www.gsoft.com.au/productsandservices/skiymet>>. Acesso em: 15 set. 2011.

GOSSARD, Earl E.; HOOKE, William H.. **Waves in the Atmosphere**. New York: Elsevier, 1975.

HALL, G. E. *et al.*. Hodograph analyses of mesopause region winds observed by three MF radars in the Canadian Prairies. **Journal of Geophysical Research**, v. 100, p. 7411-7421, 1995.

HOCKING, W. K.. A Review of Mesosphere-Stratosphere-Troposphere (MST) radar developments and studies, CIRCA 1997-2008. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, v.73, p.848-882, 2011.

HOCKING, W. K. *et al.*. Real-time determination of meteor-related parameters utilizing modern digital technology. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, v.63, p.155-169, 2001.

HOLTON, James R.. **An Introduction to Dynamic Meteorology**. 4.ed. New York: Elsevier Academic Press, 2004.

LIEBERMAN, R. S. *et al.*. Observations of intermediate-scale diurnal waves in the equatorial mesosphere and lower thermosphere. **Journal of Geophysical Research**, vol.111, A10S11, 2006.

LIMA, Lourivaldo Mota. **Observações de ondas planetárias na região da mesopausa equatorial e de baixas latitudes do Hemisfério Sul**. Tese (doutorado em Geofísica Espacial) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2004.

MAEKWA, Yasuyuki *et al.*. Internal inertial-gravity in the tropical lower stratosphere observed by Arecibo radar. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v.41, n.15, p. 2359-2367, 1984.

MEDEIROS, Amauri Fragoso de. **Observações de ondas de gravidade através do imageamento da aeroluminescência**. Tese (doutorado em Geofísica Espacial) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2001.

NAPPO, Carmen J.. **An Introduction to Atmospheric Gravity Waves**. New York: Academic Press, 2002.

RATNAM, M. Venkat *et al.*. Gravity wave characteristics Over the equator observed during the CPEA campaign using simultaneous data from multiple stations. **Jornal of the Meteorological Society of Japan**, v. 84A, n. 5, p. 239-257, 2006.

RIGGIN, Dennis M.; FRITTS, David C.. Radar observations of gravity waves over Jicamarca, Peru during the CADRE campaign. **Journal of Geophysical Research**, v.102, n.d22, p.263-281, 1997.

SATO, Kaoru. A statistical study of the structure, saturation and sources of inertia-gravity waves in the lower stratosphere observed with the MU radar. **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, v.56, n.6, p.755-774, 1994.

SATO, Kaoru *et al.*. The holes of equatorial trapped waves and internal inertia-gravity waves in driving the Quasi-Bienal Oscillation. Part I: zonal mean wave forcing. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 67, p.963-980, 2010.

SERAFIMOVICH, A. *et al.*. Investigation of inertia-gravity waves in the upper troposphere/lower stratosphere over Northern Germany observed with collocated VHF/UHF radars. **Atmospheric Chemistry and Physics**, v.1, n.1, p.295-310, 2005.

TATENO, Satoshi; SATO, Kaoru. A study of inertia-gravity waves in the middle stratosphere based on intensive radiosonde observations. **Jornal of the Meteorological Society of Japan**, v. 86, n. 5, p. 719-732, 2008.

TSUDA, T. *et al.*. Gravity waves in the mesosphere observed with the middle and upper atmosphere radar. **Radio Science**, v. 26, n. 5, p. 1005-1018, 1990.

WRASSE, Cristiano Max. **Estudos de Geração e Propagação de Ondas de Gravidade Atmosféricas**. Tese (doutorado em Geofísica Espacial) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2004.

VINCENT, Robert A.; FRITTS, David C.. A climatology of gravity wave motions in the mesopause region at Adelaide, Australia. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v.4, p. 748-760, 1986.

XIONG, Jian-Gang *et al.*. Gravity waves in the mesosphere observed with Wuhan meteor radar, a preliminary result. **Adv. Space Res.**, v.32, n.5, p.831-836, 2003.

ZHANG, Fuqing *et al.*. Uncertainties in using the hodograph method to retrieve gravity wave characteristics from individual soundings. **Geophysical Research Letters**, v.31, L11110, 2004.

ANEXO A

PARÂMETROS DA ELIPSE

- Hodógrafo em 10/01/2005

name of the object *c*
 form of the object *ellipse2d*
 center $[-10.44337443, -13.29749114]$
 foci $[[9.94388553, -81.78227759], [-30.83063439, 55.18729533]]$
 length of the major axis 150.2991959
 length of the minor axis 46.54699672
 equation of the ellipse $-35.3580462 + 0.095782826x^2 + 0.051123158xy + 0.017525927y^2 + 2.680401574x + y = 0$

- Hodógrafo em 01/02/2005

name of the object *c*
 form of the object *ellipse2d*
 center $[-15.99486164, -30.41933763]$
 foci $[[33.98898316, -97.97265090], [-65.97870644, 37.13397565]]$
 length of the major axis 190.2033789
 length of the minor axis 89.05046794
 equation of the ellipse $-23.18173034 + 0.017197819x^2 + 0.01774219xy + 0.011772382y^2 + 1.089859139x + y = 0$

- Hodógrafo em 05/04/2005

name of the object *c*
 form of the object *ellipse2d*
 center $[-18.67447861, -30.56291941]$
 foci $[[-15.91991624, -61.08805326], [-21.42904097, -0.037785569]]$
 length of the major axis 62.40369516
 length of the minor axis 11.69339676
 equation of the ellipse $77.02962181 + 0.169654203x^2 + 0.029535356xy + 0.007336384y^2 + 7.239094275x + y = 0$

- Hodógrafo em 24/04/de 2005

name of the object *c*
 form of the object *ellipse2d*
 center $[-4.353531192, -39.48368141]$
 foci $[[0.258811885, -86.63328355], [-8.965874268, 7.665920729]]$
 length of the major axis 96.11250994
 length of the minor axis 16.13009006
 equation of the ellipse $11.76631506 + 0.262705013x^2 + 0.049936409xy + 0.009910427y^2 + 4.259062205x + y = 0$

- Hodógrafo em 02/07/2005

name of the object *c*
 form of the object *ellipse2d*
 center $[8.394906608, -7.983372383]$
 foci $[[20.41224231, -32.82610967], [-3.622429092, 16.85936490]]$
 length of the major axis 67.04517654
 length of the minor axis 38.06236836
 equation of the ellipse $-112.3821389 + 0.3183524x^2 + 0.194092572xy + 0.164679091y^2 - 3.795564054x + y = 0$