



Universidade Federal de Campina Grande – UFCG
Unidade Acadêmica de Física
Programa de Pós-Graduação em Física

Candidato (a): _____

RG: _____, DATA: 03 / 02 / 2015

PROVA SELEÇÃO MESTRADO 2015-1

Instruções

- Esta prova constitui a primeira parte do processo seletivo de ingresso do PPGF. Ela contém problemas de Álgebra Linear, Mecânica Quântica, eletromagnetismo, etc. Todas as questões possuem o mesmo peso de um total de 100%.
- O tempo de duração desta prova é de 04 horas. O tempo mínimo de permanência em sala é de 50 minutos.
- Não é permitido o uso de calculadoras ou quaisquer instrumentos eletrônicos.
- Resolva cada questão nas folhas em anexo sem destacá-las. Não se esqueça de escrever a numeração de cada questão (Q1, Q2,...).

Blocos de Questões

Q1- Números complexos

- Mostre que $|z \cdot w| = |z| \cdot |w|$ para qualquer número complexo z e w ;
- Mostre que $|e^{a+ib}| = e^a$;
- Escreva o seguinte número: $7\sqrt{3} - 7i$ na forma polar ($re^{i\theta}$);
- Escreva $(-\sqrt{3} + i)^8$ na forma $a + ib$.

Q2- Valor Esperado:

- O valor esperado de um operador \hat{A} que atua sobre uma função ψ é definido por $\langle \hat{A} \rangle \equiv \int \psi^* \hat{A} \psi dx$. Portanto, usando a equação de Schrodinger mostre que

$$\frac{d\langle \hat{A} \rangle}{dt} = \left\langle \frac{\partial \hat{A}}{\partial t} \right\rangle + \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}, \hat{A}] \rangle$$

- considere os seguintes operadores do momentum angular: $\hat{L}_x = \hat{y} \hat{p}_z - \hat{z} \hat{p}_y$, $\hat{L}_y = \hat{x} \hat{p}_z - \hat{z} \hat{p}_x$ e $\hat{L}_z = \hat{x} \hat{p}_y - \hat{y} \hat{p}_x$. Demonstre que $[\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i \hbar \hat{L}_x$.

Q3- Determine os autovalores e os autovetores (normalizados) associados ao seguinte operador:

$$\hat{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Q4- Oscilador harmônico simples em uma dimensão (1D):

Sabe-se que a equação de autovalores (e autofunções) é $H\psi(x)_n = E_n\psi_n$, onde H é o hamiltoniano do oscilador harmônico em 1D, $\psi_n(x)$ as autofunções e E_n os autovalores.

- Quanto vale E_n ? (**Não é necessário demonstrar e/ou calcular nada**).
- Seja o estado $\psi(x) = A[2\psi_1(x) + e^{-i\phi}\psi_2(x)]$, onde $\phi \in \mathfrak{R}$.
Normalize o estado $\psi(x)$.
- Para o estado $\psi(x)$ acima, calcule o valor esperado da posição.
(**Não é necessário resolver as integrais, mas argumente sobre aquelas que não contribuem para os cálculos, ou seja, as que se anulam**).

Q5- Use a Lei de Gauss:

- Para encontrar o campo elétrico dentro e fora de uma casca esférica de raio R , que tem uma densidade superficial de carga uniforme σ ;
- Para encontrar o campo elétrico dentro de uma esfera uniformemente carregada (com densidade de carga ρ).